

## ИНВАРИАНТНОСТЬ ВЕКТОРНЫХ МОДЕЛЕЙ В МОДЕЛИРОВАНИИ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

© 2009 Б. Б. Косенок

Самарский государственный аэрокосмический университет

Приведены основы метода математического моделирования, сделана постановка задачи необходимости моделирования зубьев шестеренных насосов, проведен анализ возможного построения векторной модели, описывающей поверхность зуба шестерни, выбран вариант построения векторных моделей с использованием «промежуточных» аргументов модели. Данное исследование обосновывает методику моделирования зубчатых передач на основе метода математического моделирования векторных замкнутых контуров и показывает некоторые преимущества подобного моделирования.

*Вектор, контур, модель, модули, зубчатые передачи, поверхность эвольвенты, шестеренные насосы, инвариантность*

Метод математического моделирования векторных замкнутых контуров достаточно подробно освещен в работах [1, 2, 3] и успешно применяется для моделирования механизмов, применительно к задачам анализа и синтеза, а в более широком смысле и композиции механизмов (синтеза структурной или кинематической схемы механизмов обеспечивающих требуемую передаточную функцию).

Основу метода составляют векторные замкнутые контуры, состоящие из отдельных векторов. Вектор – это направленный отрезок с параметрами  $P_i$  и  $\Phi_i$  (рис.1). Подобные векторные замкнутые контуры можно привести к виду элементарных векторных замкнутых контуров – **модулей**, с заранее известными и подробно описанными решениями, что позволяет строить систему векторных контуров достаточно простым методом подбора требуемых модулей, тем более, что для плоских моделей таких модулей всего 4, а для пространственных 20 [1].

Построенная на основе модулей **основная векторная модель** позволяет получить решение определенных функций с известными для каждого момента времени аргументами модели и связями между отдельными векторами и контурами.

Инвариантность метода математического моделирования векторных контуров

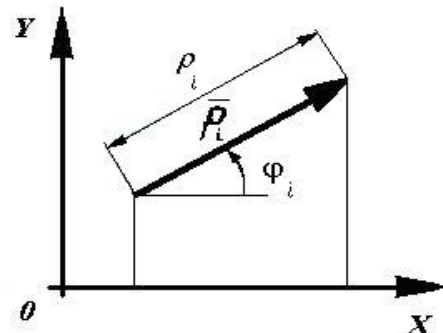


Рис. 1. Основные параметры плоского вектора:

$P_i$  - длина вектора;  $\Phi_i$  - угол вектора

позволяет решать кроме задач анализа и синтеза механизмов как различные сопутствующие задачи, так и задачи, выходящие за рамки моделирования только рычажных механизмов, например, в различных задачах реального проектирования механизмов летательных аппаратов, машин объемного расширения [4].

Использование модульных векторных моделей позволяет оперативно решать как задачи реального проектирования, так и задачи оперативного контроля, например шестеренных насосов (рис.2). Шестеренные насосы обладают простотой конструкции, малой трудоемкостью изготовления, сравнительно небольшими габаритами и массой, возможностью непосредственного соединения с быстроходными двигателями.

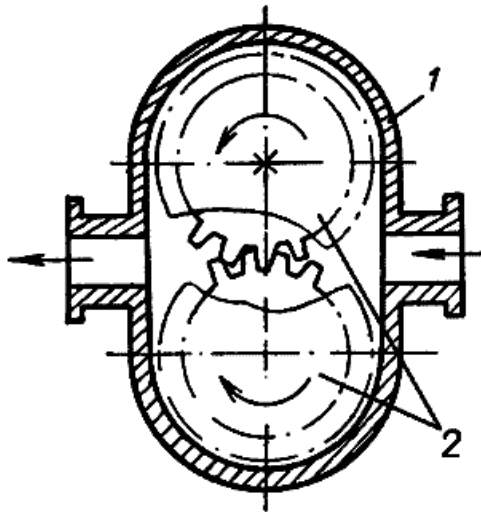


Рис. 2. Схема шестеренного насоса  
1 - корпус; 2 – шестерня

В то же время к недостаткам шестеренных качающих узлов следует отнести: чувствительность к механическим примесям в перекачиваемой жидкости; рост зазоров в процессе эксплуатации, вызывающий увеличение утечек; неравномерность подачи жидкости и высокий уровень акустического шума. Для снижения интенсивности колебательных и кавитационных процессов необходима разработка методов оперативного и адекватного учета кинематической подачи жидкости при измененной геометрии профиля зубьев насоса.

В принципе данная задача решается построением математической модели, описывающей эвольвенту поверхности зуба (рис.3), например, цепочкой векторных контуров вдоль профиля зуба, но подобная модель обладает жесткой структурой – количеством векторов, жестко заданными параметрами векторов, что создает достаточно большие неудобства в перенастройке данной векторной модели ввиду необходимости вводить (или изменять) большое количество векторов для обеспечения достаточной точности построения профиля эвольвенты. Поэтому для построения таких сложных вариантов контурных систем был применен новый подход моделирования векторных систем.

Основной примененного данного подхода является ввод новых понятий – «промежуточных аргументов» и «векторной контурной модели одной точки профиля (кривой)».

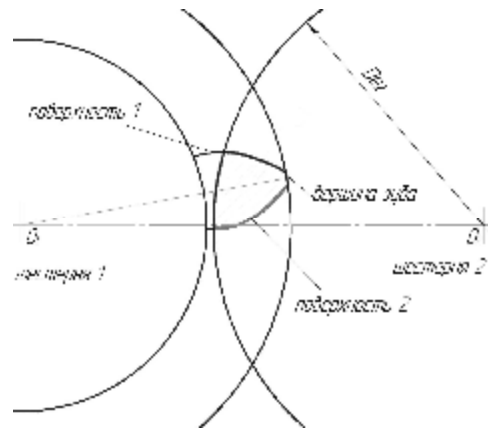


Рис. 3. Описываемые поверхности зуба

- Разбиваем задачу на следующие две:
1. Описание поверхностей зуба 1 и 2.
  2. Описание высоты зуба  $\Delta$  в конкретном сечении.

Попробуем решить поставленные подзадачи с помощью метода моделирования векторных замкнутых моделей.

Поверхность зуба строится по свойству эвольвенты (рис. 4).

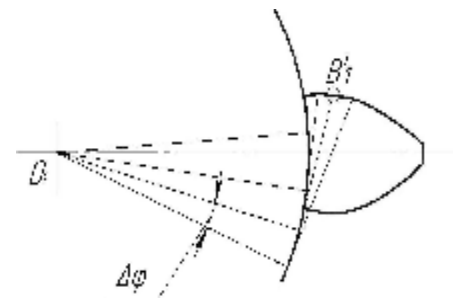


Рис. 4. Построение поверхности зуба

Заменяем радиус  $O_1A_1'$  вектором 1, касательную  $A_1'B_1'$  вектором 2. Для замыкания векторного контура используем векторы 3 и 4. Причем вектор 3 параллелен оси ординат, а вектор 4 – оси абсцисс (рис. 5).

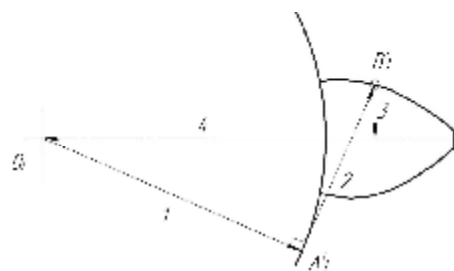


Рис. 5. Векторная модель, описывающая поверхность зуба

В результате получили векторный контур, описывающий эвольвенту поверхности 1 зуба шестерни 1.

Длина вектора 1 равна радиусу основной окружности  $r_0$ .

Угол вектора 1 изменяется в определенных числовых пределах.

Длина вектора 2 изменяется в определенных числовых пределах.

Угол вектора 2 связан с углом вектора 1 зависимостью  $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi$ , где  $\Delta\varphi$  - шаг угла поворота.

Длины векторов 3 и 4 неизвестны.

Полученный векторный контур описывается с помощью модуля  $Pl2(p_3, p_4)$  [1].

Аналогично описывается поверхность 2 зуба шестерни 1 (рис. 6).

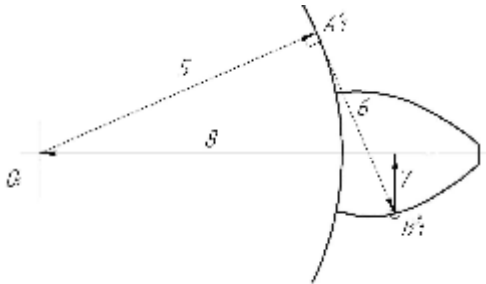


Рис. 6. Векторная модель, описывающая вторую поверхность зуба

При анализе рисунков 4 и 5 видно, что подзадача 2 решается сложением длин векторов 3 и 7, таким образом, в конкретном случае мы получаем толщину зуба.

Объединим полученные две модели в модель 3 (рис. 7).

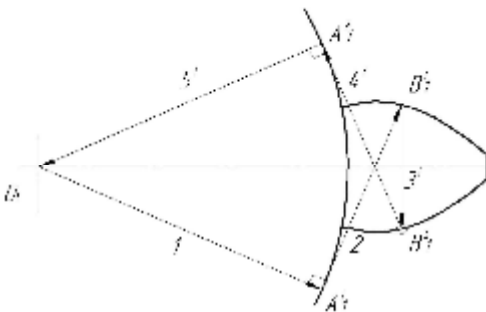


Рис. 7. Объединенная векторная модель

Отложим векторы 1 и 2 без изменений, т.е. так, как они были в первом векторном контуре (рис. 5). Вектора 3 и 7 объединим и

получим вектор  $3'$ . Векторы 5 и 6 отложим как прямые, без указания их направления. Дадим им направления так, чтобы замкнуть полученный контур.

В результате обе подзадачи решаем одной полученной моделью (векторным контуром 1-2-3'-4'-5').

Для определения координат точек  $B_1'$  и  $B_1''$  используем вспомогательные векторные модели, сходные с моделями 1 и 2. Изменение углов наклона векторов 1 и 5 и длин векторов 2 и 4 позволяет получить траекторию поверхностей зуба (рис. 8)

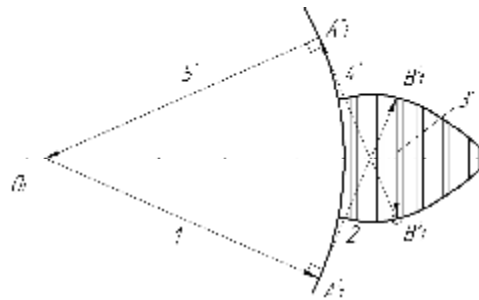


Рис. 8. Сечения зуба

Построенная модель описывает поверхность отдельного зуба шестерни в один и тот же момент времени, параметры углы наклона векторов 1 и 5 и длины векторов 2 и 4 являются промежуточными одномоментными по времени аргументами. Введение этих же параметров в основные аргументы модели позволяет получить поворот зуба и описать положение зуба в различные моменты времени. На рис. 9 приведена модель зуба с каверной поверхностью, некоторые векторы модели не отображены.

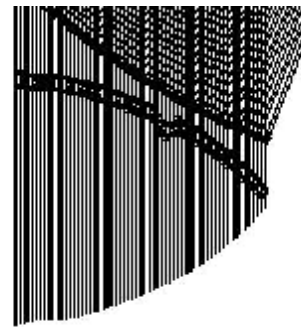


Рис. 9. Модель зуба с каверной поверхностью

Полученная модель зубчатого зацепления позволила построить более сложные мо-

дели, необходимые для расчета различных аспектов методов оперативного и адекватного учета кинематической подачи жидкости при измененной геометрии профиля зубьев шестеренного насоса, примеры данных моделей приведены на рис. 10-13.

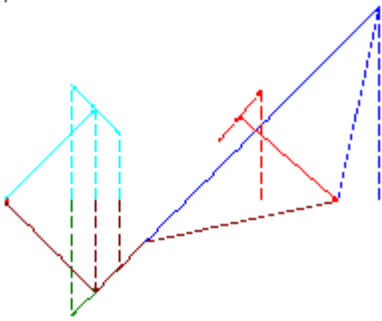


Рис. 10. Структура модели описывающая несколько зубьев

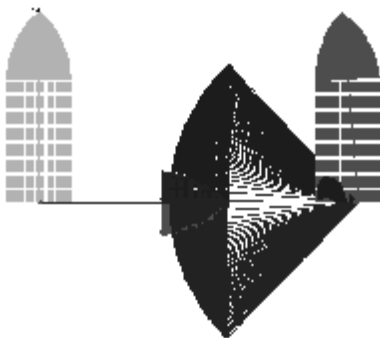


Рис. 11. Модель описывающая несколько зубьев

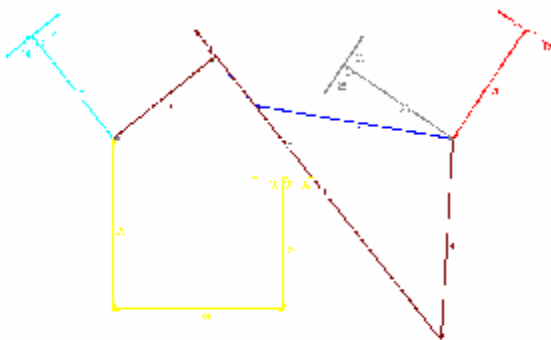


Рис. 12. Структура модели, описывающая входящие в зацепление зубья и окна перепуска жидкости

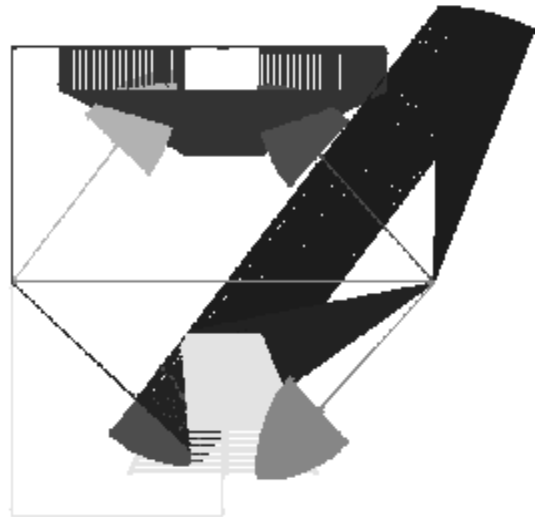


Рис. 13. Модель, описывающая входящие в зацепление зубья и окна перепуска жидкости

Простота данной модели, с одной стороны, дает возможность увеличивать или уменьшать шаг изменения промежуточных и основных аргументов модели, а с другой, позволяет оперативно добиваться нужной точности вычислений при описании поверхности зуба шестерни и его движения.

Подобный метод построения поверхности зуба и моделирования взаимодействия его с другими поверхностями на основе модульных векторных контуров по сравнению с другими математическими моделями позволяет более оперативно вносить изменения как в величины параметров модели, так и структуры модели, при решении конкретных задач.

#### Библиографический список

1. Семенов, Б.П. Аналитика элементарных векторных модулей: методическое пособие / Б.П. Семёнов. – М.: Изд-во МАИ, 1989. - 40 с.
2. Семенов, Б.П. Модульное моделирование механизмов / Б.П. Семёнов, А.Н. Тихонов, Б.Б. Косенок. - Самара: СГАУ, 1996. - 98 с.
3. Семёнов, Б.П. Элементарные модули векторных моделей / Б.П. Семёнов. - Самара: СНЦ РАН, 2000. - 99 с.
4. Мануйлов, П.А. Инвариантность модульных векторных моделей / П.А. Мануйлов, Б.П. Семенов, Б.Б. Косенок // Математическое моделирование в машиностроении:

Тез. докл. 1-ой всесоюзной школы-конференции. - Тольятти, 1990. - С. 70-71.

### References

1. Simenov B.P. Analyst of elementary vector modules. The methodical grant. - M.: Publishing house MAI, 1989. - 40 p.

2. Semenov B.P., Tikhonov A.N., Kosenok B.B. Modular modelling of mechanisms. Samara: SGAU, 1996. - 98 p.

3. Simenov B.P. Elementary modules of vector models. Samara: SNC the Russian Academy of Science, 2000. - 99 p.

4. Manujlov P.A., Semenov B.P., Kosenok B.B. Invariantnost of modular vector models // Mathematical modelling in mechanical engineering: Theses of reports. 1-st all-Union school- Tolyatti, 1990. p. 70-71.

## INVARIANCY OF VECTOR MODELS IN MODELLING TOOTH GEARINGS

© 2009 B. B. Kosenok

Samara State Aerospace University

Bases of a method of mathematical modelling are resulted, statement of a problem of necessity of modelling tooth pumps is made, the analysis of possible construction of the vector model describing a surface of a tooth, the variant of construction of vector models with use of "intermediate" arguments of model is chosen. The given research proves a technique of modelling of tooth gearings on the basis of a method of mathematical modelling the vector closed contours and shows the some advantages of similar modelling.

*Vector, contour, model, modules, tooth gearings, tooth, tooth pumps, invariancy*

### Информация об авторах

**Косенок Борис Борисович**, кандидат технических наук, доцент кафедры Основ конструирования машин Самарского государственного аэрокосмического университета. Тел. +79608120751, (846)-9261056. E-mail: [borkos@yandex.ru](mailto:borkos@yandex.ru). Область научных интересов: исследование механизмов.

**Kosenok Boris Borisovich**, Candidate of Technical Scientific, the senior lecturer of faculty of the Basis of designing of machines of Samara state aerospace university. Phone: +79608120751, (846)-926-10-56. E-mail: [borkos@yandex.ru](mailto:borkos@yandex.ru). Area of research: methods of research and composition of mechanisms.