

УДК 536.24.08

ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

© 2009 А. В. Овчинников, Е. К. Красночуб, В. М. Бронштейн

Государственный научно-производственный ракетно-космический центр «ЦСКБ-Прогресс»

Рассмотрен частный случай применения метода наименьших квадратов (МНК). Проведен анализ соответствия наилучшим решениям полученных ранее без применения МНК формул для коэффициентов теплообмена при движении жидкости в трубах. Предложены новые аналитические зависимости для определения указанных коэффициентов теплообмена.

Метод наименьших квадратов, обработка экспериментальных данных, коэффициент теплообмена, движение жидкости в трубах, критерии подобия

Метод наименьших квадратов предполагает нахождение функциональных зависимостей, или моделей, аппроксимирующих экспериментальные данные с наилучшим приближением [1, 2].

Применяются аддитивные, мультипликативные и другие сложные функциональные зависимости, которые можно представить в виде некоторых аддитивных функций с первым членом разложения в виде постоянной величины.

Существенной особенностью МНК является то обстоятельство, что этот метод обработки экспериментальных данных минимизирует абсолютные отклонения экспериментальных точек до аппроксимирующей кривой.

Равенство нулю суммы отклонений от искомой функциональной зависимости, вытекающее из условия минимизации суммы квадратов отклонений, свидетельствует о том, что аппроксимирующая кривая (в рамках выбранной математической модели) является наилучшим приближением к истинной функциональной зависимости между экспериментальными значениями переменных.

Предположим, что искомая зависимость выражается функцией

$$\hat{y} = f(x, A_1, A_2, \dots, A_m) \quad (1)$$

где A_1, A_2, \dots, A_m – параметры.

Между рассчитанными по модели значениями \hat{y} и экспериментальными точками y_i будут наблюдаться отклонения

$$\Delta y = y_i - \hat{y}. \quad (2)$$

Требование минимального разброса соответствует требованию минимального значения суммы квадратов отклонений:

В случае принятия модели в виде мультипликативной функции

$$\hat{y} = D \cdot a^l \cdot b^m \cdot c^p \quad (3)$$

целесообразно искать не минимум суммы квадратов отклонений функций, а минимум суммы квадратов отклонений логарифмов этих же функций:

$$\sum_{i=1}^n [\ln y_i - \ln(D \cdot a^l \cdot b^m \cdot c^p)]^2. \quad (4)$$

Из условий минимума получаем систему уравнений для определения наилучших значений параметров:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n [\ln D + l \ln a_i + m \ln b_i + p \ln c_i] &= \sum_{i=1}^n \ln y_i; \\ \sum_{i=1}^n [\ln D + l \ln a_i + m \ln b_i + p \ln c_i] \ln a_i &= \sum_{i=1}^n \ln y_i \cdot \ln a_i; \\ \sum_{i=1}^n [\ln D + l \ln a_i + m \ln b_i + p \ln c_i] \ln b_i &= \sum_{i=1}^n \ln y_i \ln b_i; \\ \sum_{i=1}^n [\ln D + l \ln a_i + m \ln b_i + p \ln c_i] \ln c_i &= \sum_{i=1}^n \ln y_i \ln c_i. \end{aligned} \quad (5)$$

Решая систему (5), определяем значения параметров D, l, m, p . Значения величин y_i, a_i, b_i, c_i определяются непосредственно из опытов.

Первое уравнение системы (5) можно представить как сумму разностей логарифмов экспериментальных отсчетов y_i и логарифмов значений «истинной» (наилучшей) функциональной зависимости

$$\hat{y} = D \cdot a^l \cdot b^m \cdot c^p: \quad \sum_{i=1}^n [\ln y_i - (\ln D + l \ln a_i + m \ln b_i + p \ln c_i)] = 0. \quad (6)$$

Равенство нулю указанной суммы, т. е. суммы отклонений от искомой функцио-

нальной зависимости, свидетельствует о том, что функция $\hat{y} = D \cdot a^l \cdot b^m \cdot c^p$ является наилучшим приближением (в рамках выбранной модели) к истинной функциональной зависимости между экспериментальными значениями переменных.

На примере решения задач по экспериментальному определению коэффициентов теплообмена при движении жидкости в трубах рассмотрим, насколько некоторые выведенные ранее формулы [3–12] для расчета коэффициентов теплообмена соответствуют наилучшим решениям. Формулы, которые мы будем анализировать (табл. 1, 2), были получены графическим или численным методом без применения МНК. В табл. 3 для различных режимов течения и теплообмена и положения труб в пространстве по материалам работы академика М. А. Михеева [3] с использованием МНК предложены аналитические зависимости для определения рас-

четных зависимостей критерия Nu и его среднеквадратичные отклонения. Приведены также среднеарифметические отклонения критерия Нуссельта

$$\Delta N = \pm \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{Nu_{\text{опыт}} - Nu_{\text{расчет}}}{Nu_{\text{расчет}}} \cdot 100\%, \quad (7)$$

где $i=1, 2, \dots, n$ – число опытов.

Среднеарифметические отклонения при расчетных значениях критерия Нуссельта, определенных методом наименьших квадратов (вариант 1) до 2...5 порядков меньше рассчитанных с использованием формулы М. А. Михеева (вариант 2) [3] и по абсолютной величине составляют меньше 0,001–0,01, т. е. практически равны 0.

Среднеарифметические отклонения критериев Нуссельта, рассчитанные с использованием формул [4, 7, 11] (табл. 2) находятся на уровне 0,1...0,5.

Таблица 1 – Расчетные формулы для определения среднего значения коэффициента теплообмена по длине трубы. Режим движения теплоносителя в круглых трубах – ламинарный

Источник	Расчетная формула
3	$Nu_z = [0,74(Re Pr)_z^{0,2} + K(\beta_2 \delta t)]^{0,02} (Gr Pr)_z^{0,1}$; $Re_{жс} < 2300$; $2 \cdot 10^3 \leq Re_z Pr_z \leq 10^4$ K – коэффициент, определяющий направления свободного и вынужденного движений
7	$Nu = 1,55 \left(Pe \frac{d}{l} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\mu}{\mu_{жс}} \right)^{-0,14}$ – вязкое течение; $Nu_{d,жс} = 0,15 Re_{d,жс}^{0,33} Pr_{жс}^{0,33} (Gr_{d,жс} Pr_{жс})^{0,1} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$ – вязкостно-гравитационный режим; $\frac{l}{d} \geq 50$
8	$Nu_{жс} = 13,2 Pe_{жс}^{0,23} \left(\frac{l}{d} \right)^{-0,5}$; $Nu_{жс} = 0,05 Pe \frac{x}{d} + 3,66$ (решение Нуссельта-Гребера при сведении полученного ими общего решения к первому члену (уравнение 40 [6]))
9	$Nu = 1,61 \left(Pe \frac{d}{l} \right)^{\frac{1}{3}}$; $Pe \left(\frac{d}{l} \right) > 12$; $Nu = 3,66$; $Pe \left(\frac{d}{l} \right) \leq 12$; $Re < 2300$
11	$Nu_{d,жс} = 1,4 \left(Re_{d,жс} \frac{d}{l} \right)^{0,4} Pr_{жс}^{0,33} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$; $\frac{l}{d} > 10$; $Re_{жс} > 10$; $0,06 < \frac{Pr_{жс}}{Pr_c} < 10$
12	По Зидеру и Тейту (температура стенки постоянная; μ – принимается при средней температуре): $Nu = 1,86 Re^{\frac{1}{3}} Pr^{\frac{1}{3}} \left(\frac{d}{l} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0,14}$

Таблица 2 – Расчетные формулы для определения среднего значения коэффициента теплообмена по длине трубы. Режим движения теплоносителя в круглых трубах – турбулентный

Источник	Расчётная формула
3	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$; $Re_{жс} > 10000$
4, 7, 11	$Nu_{d,жс} = 0,021 Re_{d,жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,43} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$; $\frac{l}{d} \geq 50$
5	$Nu = 0,031 Re^{0,8} Pr^{0,4}$; $\frac{l}{d} > 50$
6	$Nu = \frac{\xi_{жс} Re_{жс} Pr_{жс} \left(\frac{\mu_c}{\mu_{жс}} \right)^{-n}}{4,5 \sqrt{\xi_{жс}} \left(Pr_{жс}^{\frac{2}{3}} - 1 \right) + 1,07}$, $n = 0,11$ при нагревании; $n = 0,25$ при охлаждении; ξ определяется из уравнения: $\frac{1}{\sqrt{\xi}} = 1,82 \lg Re - 1,64$
8	$Nu = 0,024 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,35}$
9	При нагревании ($T_c > T_0$): $Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,06}$ При нагревании ($T_c < T_0$): $Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$ $Pr < 100$ для капельных неметаллических жидкостей; Nu, Pr, Re вычисляются при средней температуре; Pr_c – при средней температуре стенки
10	Упрощенные формулы: $Nu = \xi Pe Pr \left[40 \sqrt{\xi} \left(Pr^{\frac{2}{3}} - 1 \right) + 8 \right]^{-1}$; $Pr < 100$; $Nu = 0,035 Pe Pr^{0,25} \sqrt{\xi}$; $Pr > 100$. Формула Нуссельта-Крауссольда: ξ – коэффициент гидравлического сопротивления. $Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4}$ (удовлетворительные результаты)
12	$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,33}$

Показатели степеней при критерии Re в предлагаемых формулах (вариант 1) при турбулентном режиме составляют 0,8...0,9, при ламинарном – 0,1...0,3. По литературным данным (табл. 1, 2) эти данные соответственно составляют 0,8...1,0 и 0,2...0,4. Значения критериев Нуссельта, рассчитанные по предлагаемым формулам (вариант 1) и по форму-

лам М. А. Михеева (вариант 2), отличаются на 2...10 %. Среднеквадратичные отклонения, рассчитанные при различных расчетных значениях критерия Нуссельта по предлагаемым формулам (вариант 1), меньше, чем рассчитанные с использованием формулы М. А. Михеева [3, 4, 7, 11].

Таблица 3 – Обработка экспериментальных данных (варианты 1, 2 означают: 1 – предлагаемый в настоящей работе; 2 – предлагаемый в работе [3])

Источник, режим вынужденного движения, положение трубы	Процесс теплообмена	Вариант	Формулы для определения расчетного значения Nu	Среднеарифметическое отклонение критерия Nu , %	Среднеквадратичное отклонение критерия Nu , %
1	2	3	4	5	6
[1], табл. 1, стр. 63-67; турбулентная область движения, труба горизонтальная	Охлаждение	1	$Nu_{жс} = 0,0205 Re_{жс}^{0,825} Pr_{жс}^{0,372} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,105}$	0,0470	1,06
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$	1,5980	1,25
	Нагревание	1	$Nu_{жс} = 0,0169 Re_{жс}^{0,851} Pr_{жс}^{0,42} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,084}$	0,0507	1,70
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$	0,3945	3,27
	Охлаждение. Нагревание	1	$Nu_{жс} = 0,0271 Re_{жс}^{0,811} Pr_{жс}^{0,329} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,27}$	0,0786	1,31
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$	1,1718	1,39
[1], табл. 2, стр. 63-67; турбулентная область движения, труба вертикальная; вынужденное движение – сверху вниз	Охлаждение Свободно-конвективное движение – сверху вниз	1	$Nu_{жс} = 0,0342 Re_{жс}^{0,789} Pr_{жс}^{0,3} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,199}$	0,0204	1,09
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$	2,0145	1,58
	Нагревание Свободно-конвективное движение – снизу вверх	1	$Nu_{жс} = 0,0219 Re_{жс}^{0,864} Pr_{жс}^{0,09} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,36}$	0,0810	2,95
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$	0,1055	4,73
	Охлаждение Нагревание	1	$Nu_{жс} = 0,0265 Re_{жс}^{0,803} Pr_{жс}^{0,426} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,195}$	0,0806	2,13
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$	1,2509	2,06

1	2	3	4	5	6
[1], табл. 3, стр. 63-67; турбулентная область движения, труба вертикальная; вынужденное движение – снизу вверх	Охлаждение Свободно-конвективное движение – сверху вниз	1	$Nu_{жс} = 0,0298 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,315} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,161}$	0,0174	1,46
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$	4,5225	2,59
	Нагревание Свободно-конвективное движение – снизу вверх	1	$Nu_{жс} = 0,0103 Re_{жс}^{0,907} Pr_{жс}^{0,308} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,268}$	0,0520	3,35
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$	4,1279	5,08
	Охлаждение Нагревание	1	$Nu_{жс} = 0,0235 Re_{жс}^{0,813} Pr_{жс}^{0,432} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,141}$	0,0561	2,30
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$	0,4856	2,63
[1], табл. 2 и 3, стр. 63-67; турбулентная область движения, труба вертикальная	Охлаждение Нагревание	1	$Nu_{жс} = 0,0247 Re_{жс}^{0,808} Pr_{жс}^{0,438} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,163}$	0,0799	1,64
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$	0,9639	1,60
[1], табл. 1, 2 и 3, стр. 63-67; турбулентная область движения, труба гориз., верт.	Охлаждение Нагревание	1	$Nu_{жс} = 0,0278 Re_{жс}^{0,809} Pr_{жс}^{0,326} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,252}$	0,0900	1,07
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$	0,2010	1,04
[1], табл. 4, стр. 63-67; переходная область движения, труба горизонтальная	Охлаждение	1	$Nu_{жс} = 0,0078 Re_{жс}^{0,917} Pr_{жс}^{0,408} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{-0,033}$	2,3553	0,25
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$	18,7896	1,59
	Нагревание	1	$Nu_{жс} = 0,0046 Re_{жс}^{0,996} Pr_{жс}^{0,391} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,391}$	0,7631	0,28
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$	18,8014	2,65
	Охлаждение Нагревание	1	$Nu_{жс} = 0,0063 Re_{жс}^{0,942} Pr_{жс}^{0,459} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,033}$	0,7097	0,31
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$	18,7938	1,34

Продолжение табл. 3

1	2	3	4	5	6	
[1], табл. 5, стр. 63-67; переходная область движения, труба вертикальная; вынужденное движение – сверху вниз	Охлаждение Свободно-конвективное движение – сверху вниз	1	$Nu_{жс} = 0,0043 Re_{жс}^{0,996} Pr_{жс}^{0,194} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c}\right)^{-0,022}$	2,0426	0,44	
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c}\right)^{0,25}$	25,2483	4,39	
	Нагревание Свободно-конвективное движение – снизу вверх	1	$Nu_{жс} = 0,066 Re_{жс}^{0,881} Pr_{жс}^{0,84} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c}\right)^{0,075}$	4,7572	1,40	
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c}\right)^{0,25}$	4,6883	1,13	
	Охлаждение Нагревание	1	$Nu_{жс} = 0,0042 Re_{жс}^{0,951} Pr_{жс}^{0,751} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c}\right)^{0,049}$	0,2330	0,63	
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c}\right)^{0,25}$	14,0338	1,96	
	[1], табл. 6, стр. 63-67; переходная область движения, труба вертикальная; вынужденное движение – снизу вверх	Охлаждение Свободно-конвективное движение – сверху вниз	1	$Nu_{жс} = 0,0016 Re_{жс}^{0,955} Pr_{жс}^{1,34} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c}\right)^{-0,646}$	62,2348	7,31
			2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c}\right)^{0,25}$	8,4726	2,00
Нагревание Свободно-конвективное движение – снизу вверх		1	$Nu_{жс} = 0,0002 Re_{жс}^{1,32} Pr_{жс}^{0,563} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c}\right)^{0,114}$	11,1862	2,09	
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c}\right)^{0,25}$	26,4065	6,79	
Охлаждение Нагревание		1	$Nu_{жс} = 0,0045 Re_{жс}^{0,928} Pr_{жс}^{0,84} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c}\right)^{-0,234}$	1,9963	2,7	
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c}\right)^{0,25}$	18,4359	3,67	
[1], табл. 5 и 6, стр. 63-67; переходная область движения, труба верт.		Охлаждение Нагревание	1	$Nu_{жс} = 0,003 Re_{жс}^{1,026} Pr_{жс}^{0,487} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c}\right)^{0,012}$	0,9837	1,08
			2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c}\right)^{0,25}$	16,0147	1,92
[1], табл. 4, 5 и 6, стр. 63-67; переходная область движения, труба гориз., верт.	Охлаждение Нагревание	1	$Nu_{жс} = 0,0047 Re_{жс}^{0,975} Pr_{жс}^{0,471} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c}\right)^{0,023}$	0,1271	0,48	
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c}\right)^{0,25}$	17,7040	1,11	

1	2	3	4	5	6	
[1], табл. 7, стр. 63-67; ламинарная область движения, труба горизонтальная	Охлаждение	1	$Nu_z = 0,0603(Re Pr)_z^{0.122} (Gr Pr)_z^{0.333}$	0,3800	0,25	
		2	$Nu_z = 0,74(Re Pr)_z^{0.2} (Gr Pr)_z^{0.1}$	1,7655	0,26	
	Нагревание	1	$Nu_z = 0,1723(Re Pr)_z^{0.281} (Gr Pr)_z^{0.151}$	0,5082	0,34	
		2	$Nu_z = 0,74(Re Pr)_z^{0.2} (Gr Pr)_z^{0.1}$	2,2209	0,35	
	Охлаждение Нагревание	1	$Nu_z = 0,4326(Re Pr)_z^{0.272} (Gr Pr)_z^{0.095}$	0,4848	0,22	
		2	$Nu_z = 0,74(Re Pr)_z^{0.2} (Gr Pr)_z^{0.1}$	1,9985	0,22	
[1], табл. 8, стр. 63-67; ламинарная область движения, труба вертикальная; направление вынужденного движения сверху вниз	Охлаждение	1	$Nu_z = 0.9278(Re Pr)_z^{0.075} (Gr Pr)_z^{0.107} \times (\beta_z \delta t)^{-0.095}$	0,0307	0,04	
		2	$Nu_z = [0,74(Re Pr)_z^{0.2} - (\beta_z \delta t)^{0.02}] \times (Gr Pr)_z^{0.1}$	1,7013	0,34	
	Нагревание	1	$Nu_z = 3244,4214(Re Pr)_z^{0.134} \times (Gr Pr)_z^{-0.372} (\beta_z \delta t)^{0.152}$	0,0035	0,09	
		2	$Nu_z = [0,74(Re Pr)_z^{0.2} + (\beta_z \delta t)^{0.02}] \times (Gr Pr)_z^{0.1}$	65,8756	4,54	
	[1], табл. 9, стр. 63-67; ламинарная область движения, труба вертикальная; направление вынужденного движения снизу вверх	Охлаждение	1	$Nu_z = 0,6681(Re Pr)_z^{0.155} (Gr Pr)_z^{0.149} \times (\beta_z \delta t)^{-0.002}$	0,0051	0,10
			2	$Nu_z = [0,74(Re Pr)_z^{0.2} + (\beta_z \delta t)^{0.02}] \times (Gr Pr)_z^{0.1}$	62,3600	3,81
Нагревание		1	$Nu_z = 145,8402(Re Pr)_z^{0.153} \times (Gr Pr)_z^{-0.238} (\beta_z \delta t)^{-0.011}$	0,0169	0,12	
		2	$Nu_z = [0,74(Re Pr)_z^{0.2} - (\beta_z \delta t)^{0.02}] \times (Gr Pr)_z^{0.1}$	4,9180	0,41	
[1], табл. 8 и 9, стр. 63-67; ламинарная область движения, труба верт.	Направление подъемной силы совпадает с направлением вынужденного движения	1	$Nu_z = 0.7376(Re Pr)_z^{0.19} (Gr Pr)_z^{0.102} \times (\beta_z \delta t)^{0.043}$	0,0772	0,16	
		2	$Nu_z = [0,74(Re Pr)_z^{0.2} - (\beta_z \delta t)^{0.02}] \times (Gr Pr)_z^{0.1}$	3,4334	0,26	
[1], табл. 8 и 9, стр. 63-67; ламинарная область движения, труба верт.	Направление подъемной силы противоположно направлению вынужденного движения	1	$Nu_z = 1,4169(Re Pr)_z^{0.142} (Gr Pr)_z^{0.11} \times (\beta_z \delta t)^{0.019}$	0,0348	0,20	
		2	$Nu_z = [0,74(Re Pr)_z^{0.2} + (\beta_z \delta t)^{0.02}] \times (Gr Pr)_z^{0.1}$	64,1178	2,81	

Продолжение табл. 3

1	2	3	4	5	6
[1], табл. 2 и 3, стр. 63-67; турбулентная область движения, труба верт.	Направление подъемной силы противоположно направлению вынужденного движения	1	$Nu_{жс} = 0,0136 Re_{жс}^{0,834} Pr_{жс}^{0,73} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{-0,3}$	0,0643	2,02
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$	2,0686	2,79
[1], табл. 2 и 3, стр. 63-67; турбулентная область движения; труба верт.	Направление подъемной силы совпадает с направлением вынужденного движения	1	$Nu_{жс} = 0,0264 Re_{жс}^{0,802} Pr_{жс}^{0,419} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,162}$	0,0565	1,84
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$	0,0601	1,87
[1], табл. 5 и 6, стр. 63-67; переходная область движения, труба верт.	Направление подъемной силы противоположно направлению вынужденного движения	1	$Nu_{жс} = 0,0122 Re_{жс}^{0,841} Pr_{жс}^{0,737} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{-0,059}$	0,3283	0,60
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$	6,2020	0,98
[1], табл. 5 и 6, стр. 63-67; переходная область движения, труба верт.	Направление подъемной силы совпадает с направлением вынужденного движения	1	$Nu_{жс} = 0,0009 Re_{жс}^{1,159} Pr_{жс}^{0,489} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,06}$	0,0906	0,58
		2	$Nu_{жс} = 0,028 Re_{жс}^{0,8} Pr_{жс}^{0,4} \left(\frac{Pr_{жс}}{Pr_c} \right)^{0,25}$	25,8274	3,81

Определение средних среднеарифметических отклонений при расчетах методом наименьших квадратов, как это предложено в [13], по нашему мнению, некорректно.

Таким образом, обработка экспериментальных данных МНК позволила получить аналитические зависимости для определения коэффициентов теплообмена при движении жидкости в трубах, наилучшим образом аппроксимирующие экспериментальные данные (в рамках выбранной мультипликативной модели). Показано, что формулы М. А. Михеева [3] для теплообмена при ламинарном и турбулентном движении отличаются от «наилучших» решений до 10 %.

В работе применены следующие обозначения:

- Q – количество переданного тепла, Вт;
- $t_{жс}$ – температура жидкости, К;
- t_c – температура стенки, К;
- $t_z = 0,5(t_{жс} + t_c)$ – средняя температура пограничного слоя, К;

$\Delta t = t_c - t_{жс}$ – средний температурный напор, К;

δt – изменение температуры по длине трубы, К;

W – средняя скорость движения жидкости, м/с;

l, d – длина и диаметр трубы, м;

α – коэффициент теплообмена, Вт/(м²·К);

β – коэффициент объемного расширения, 1/К;

ν – коэффициент кинематической вязкости, м²/с;

μ – коэффициент динамической вязкости, кг/м·с;

a – коэффициент температуропроводности, м²/с;

g – ускорение силы тяжести, м/с²;

λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К).

Критерии подобия:

$$Nu = \frac{\alpha d}{\lambda}; Re = \frac{Wd}{\nu}; Pr = \frac{\nu}{a}; Gr = \frac{\beta \Delta t d^3 g}{\nu^2}.$$

Индексы: $жс$ – жидкость, $c(s)$ – стенка, z – пограничный слой.

Библиографический список

1. Тейлор, Дж. Введение в теорию ошибок/Дж. Тейлор. – М.: Мир, 1985. – 272 с.
2. Новицкий, П.В. Оценка погрешностей результатов измерений / П. В. Новицкий, И. А. Зограф. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 304 с.
3. Аладьев, И. Т. Зависимость теплоотдачи в трубах от направления теплового потока и естественной конвекции/ И. Т. Аладьев, М. А. Михеев, О. С. Федынский // Известия АН СССР, Отделение технических наук. – 1951. – № 1. – С. 53-67.
4. Михеев, М. А. Теплоотдача при турбулентном течении жидкости в трубах / М. А. Михеев // Известия АН СССР, Отделение технических наук. – 1952. – № 10. – С. 1448-1454.
5. Аладьев, И. Т. Экспериментальное определение локальных и средних коэффициентов теплоотдачи при турбулентном течении жидкости в трубах / И. Т. Аладьев // Известия АН СССР, Отделение технических наук. – 1951. – № 11. – С. 1669-1681.
6. Петухов, Б. С. К вопросу о теплообмене при турбулентном течении жидкости в трубах / Б. С. Петухов, В. В. Кириллов // Теплоэнергетика. – 1958. – № 4. – С. 63-68.
7. Исаченко, В. П. Теплопередача / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. – М.: Энергия, 1969. – 440 с.
8. Кирпичев, М. В. Теплопередача / М. В. Кирпичев, М. А. Михеев, М. А. Эйгенсон. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1940. – 292 с.
9. Кутателадзе, С. С. Справочник по теплопередаче / С. С. Кутателадзе, В. М. Борishанский. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1959. – 414 с.
10. Кутателадзе, С. С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление. Справочное пособие / С. С. Кутателадзе. – М.: Энергоиздат, 1990. – 367 с.
11. Михеев, М. А. Основы теплопередачи / М. А. Михеев, И. М. Михеева. – М.: Энергия, 1975. – 312 с.
12. Беннет, К. О. Гидродинамика, теплообмен и массообмен / К. О. Беннет, Дж. Е. Майерс. – М.: Недра, 1966. – 726 с.
13. Андреев, Е. И. Расчет тепло- и массообмена в контактных аппаратах / Е. И. Андреев. –Л.: Энергоатомиздат, 1985. – 192 с.

References

1. Taylor, J. Introduction to the theory of errors / J. Taylor. – Moscow: “Mir” (World), 1985. – 272 p. – [in Russian].
2. Novitsky P. V. Estimation of errors of results of measurements / P. V. Novitsky, I. A. Zograf. – L.: Energoatomizdat, 1991. – 304 p. – [in Russian].
3. Aladev, I. T. Dependence of heat transfer in pipes from a direction of a thermal stream and natural convection / I. T. Aladev, M. A. Mikheev, O. S. Fedinsky // Proceedings of the USSR Academy of Sciences, Department of Technical Sciences. – 1951. – № 1. – P. 53-67. – [in Russian].
4. Mikheev, M. A. Heat transfer at liquid turbulent flow in pipes / M. A. Mikheev // Proceedings of the USSR Academy of Sciences, Department of Technical Sciences. – 1952. – № 10. – P. 1448-1454. – [in Russian].
5. Aladev, I. T. Experimental determination of local and average heat transfer factors at liquid turbulent flow in pipes / I. T. Aladev // Proceedings of the USSR Academy of Sciences, Department of Technical Sciences. – 1951. – № 11. – P. 1669-1681. – [in Russian].
6. Petukhov, B. S. To a question on heat exchange at liquid turbulent flow in pipes / B. S. Petukhov, V. V. Kirillov // “Teploenergetika” (Heat energy). – 1958. – № 4. – P. 63-68. – [in Russian].
7. Isachenko, V. P. Heat transfer/ V. P. Isachenko, V. A. Osipova, A. S. Sukomel. – Moscow: “Energia” (Power), 1969. – 440 p. – [in Russian].
8. Kirpichev, M. V. Heat transfer/ M. V. Kirpichev, M. A. Mikheev, M. A. Eygenston. – M.-L.: Gosenergoizdat, 1940. – 292 p. – [in Russian].
9. Kutateladze, S. S. Handbook of Heat Transfer/S. S. Kutateladze, V. M. Borishansky. – M.-L.: Gosenergoizdat, 1959. – 414 p. – [in Russian].
10. Kutateladze, S. S. Heat transfer and hydrodynamic resistance. Reference Manual / S. S. Kutateladze. –M.: Energoizdat, 1990. – 367 p. – [in Russian].
11. Mikheev, M. A. Fundamentals of Heat Transfer / M. A. Mikheev, I. M. Mikheeva. – Moscow: “Energia” (Power), 1975. – 312 p. – [in Russian].

12. Bennett, C. A. Hydrodynamics, heat and mass transfer / C. A. Bennett, J. E. Myers. – М.: Nedra, 1966. – 726 p. – [in Russian].

13. Andreev, E. I. Calculation of heat and mass transfer in the contact apparatus / E. I. Andreev. –L.: Energoatomizdat, 1985. – 192 p. – [in Russian].

PROCESSING OF EXPERIMENTAL DATA BY THE METHOD OF THE LEAST SQUARES

© 2009 A. V. Ovchinnikov, E. K. Krasnochub, V. M. Bronstein

State Research and Production Space Centre “TsSKB-Progress”

The particular case of application of a method of the least squares is considered. The analysis of conformity of received before without application of the method of the least squares formulas for heat transfer factors at movement of fluids in pipes to the best decisions is carried out. New analytical dependences for definition of the specified factors of heat transfer are offered.

The method of the least squares, processing of experimental data, heat transfer factor, movement of fluids in pipes, similarity criteria

Информация об авторах

Овчинников Александр Викторович, ведущий конструктор Государственного научно-производственного ракетно-космического центра «ЦСКБ-Прогресс». E-mail: csdb@samtel.ru. Область научных интересов: проектирование ракетно-космической техники.

Красночуб Евгений Карпович, доктор технических наук, инженер-конструктор Государственного научно-производственного ракетно-космического центра «ЦСКБ-Прогресс». E-mail: csdb@samtel.ru. Область научных интересов: проектирование ракетно-космической техники.

Бронштейн Виталий Михайлович, кандидат технических наук, ведущий инженер-конструктор Государственного научно-производственного ракетно-космического центра «ЦСКБ-Прогресс». E-mail: csdb@samtel.ru. Область научных интересов: проектирование ракетно-космической техники.

Ovchinnikov Alexander Viktorovich, leading designer of State Research and Production Space Centre “TsSKB-Progress”. E-mail: csdb@samtel.ru. Area of research: design of rocket and space technics.

Krasnochub Evgenie Karpovich, doctor of technical sciences, design engineer of State Research and Production Space Centre “TsSKB-Progress”. E-mail: csdb@samtel.ru. Area of research: design of rocket and space technics.

Bronstein Vitaly Mikhailovich, candidate of technical science, leading design engineer of State Research and Production Space Centre “TsSKB-Progress”. E-mail: csdb@samtel.ru. Area of research: design of rocket and space technics.