

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПОРИСТОГО МАТЕРИАЛА МР В ПРОЦЕССАХ ПЕРЕДАЧИ ТЕПЛА

© 2009 А. М. Жижкин

Самарский государственный аэрокосмический университет

В статье изложены принципы построения моделей структуры материала МР в процессах передачи тепла в условиях отсутствия конвекции среды, заполняющей поры.

Модель, структур, материал МР

Фактором структуры, оказывающим определяющее влияние на эффективную теплопроводность (в дальнейшем просто теплопроводность) изделий из пористого материала МР, как было установлено, например, в работе [1], являются контакты между отрезками проволоочной спирали. Поэтому для анализа теплопередающих свойств и создания пористых конструкций с заданными теплопередающими свойствами необходима модель структуры материала МР для определения теплопроводности, которая учитывала бы особенности передачи тепла в контактах.

Создание модели структуры для описания процесса передачи тепла в МР целесообразно начать с решения вопросов о расположении контактов в пористом объеме относительно направления теплового потока, порядке соединения их в теплопередающие цепи, а также об определении их теплопередающих свойств.

Будем считать, что в объеме модели МР контакты расположены равномерно.

Расположение контактов относительно направления теплового потока в материале МР является случайным. В зависимости от расположения относительно направления теплового потока плоскости $K-K$, касательной к поверхностям проволок (рис. 1), контакты могут быть теплопередающими (рис. 1,а) или не теплопередающими (рис. 1,б).

Из контактов и отрезков проволоочных спиралей образуются в объеме структуры МР последовательные и параллельные теплопередающие цепи, которые в модели условно представим в виде пространственной решетки, показанной на рис. 2, узлы которой соединяют термические

сопротивления R_{ijm} . Каждое такое сопротивление представляет собой цепь из

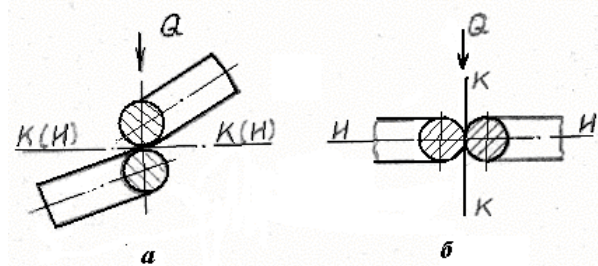


Рис. 1. Схема ориентации контактов относительно направления теплового потока:

Q – передаваемый тепловой поток;

$K-K$ – плоскость, касательная к контактам;

$I-I$ – изотермическая плоскость

трех последовательно включенных сопротивлений, одно из которых контактное, а два остальных – тепловые сопротивления элементов структуры, примыкающих к контакту (рис. 3,б).

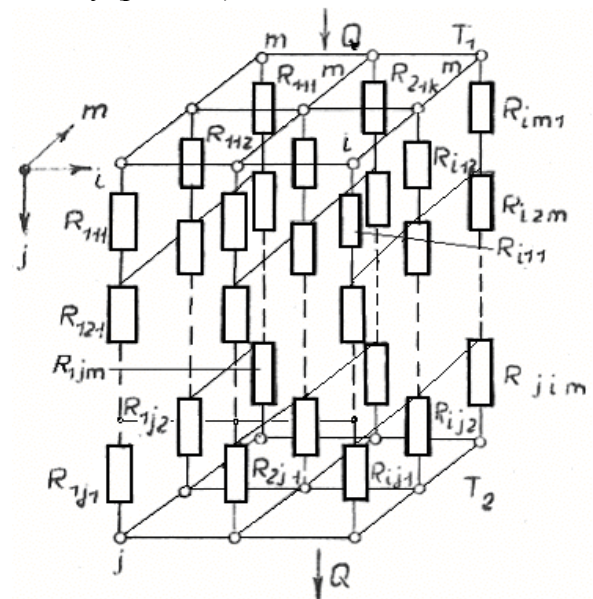


Рис. 2. Схема соединения тепловых сопротивлений выделенного объема модельной структуры:

Q – передаваемый тепловой поток;

R_{ijm} – тепловое сопротивление элемента объема

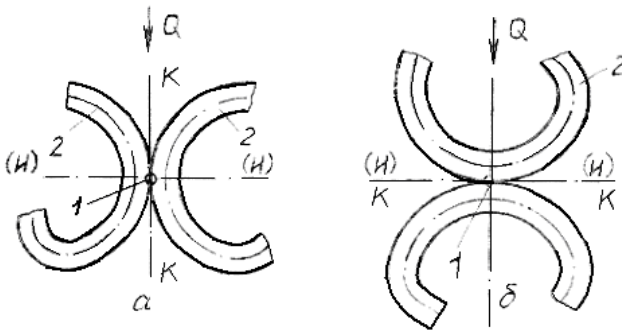


Рис. 3. Схема ориентации витков спирали относительно направления теплового потока: 1 - точка контакта витков; 2 - контактируемые витки спиралей

В силу принятой гипотезы об изотропности структуры и равномерном расположении контактов в объеме модели определим количество теплопередающих цепей в этом объеме и тепловых сопротивлений в цепи. Число сопротивлений равно числу тепловых контактов, которых в рассматриваемом объеме $n_{КТТ}$. При равномерном расположении их в объеме выделенного куба число контактов вдоль каждого из трех его граней равно $\sqrt[3]{n_{КТТ}}$, а число проводящих цепей в выделенном объеме равно $\sqrt[3]{n_{КТТ}^2}$, а число сопротивлений в тепловой цепи равно $\sqrt[3]{n_{КТТ}}$.

Тепловое сопротивление модели МР можно определить, используя правила расчета сопротивления проводимых цепей, проводимость которых равна

$$\sigma = 1/R = \sqrt[3]{n_{КТТ}^2} / R_{\text{ц}}, \quad (1)$$

где $R_{\text{ц}}$ – термическое сопротивление теплопроводной цепи.

Тепловое сопротивление модели можно определить из формулы (1) в виде

$$R = R_{\text{ц}} / \sqrt[3]{n_{КТТ}^2}. \quad (2)$$

В зависимости (2) неопределенной величиной является термическое сопротивление теплопроводной цепи, состоящей, как было принято выше, из $\sqrt[3]{n_{КТТ}}$ последовательно соединенных тепловых сопротивлений R_{ijm} .

Проанализируем тип и область возможных значений термических сопротивлений, составляющих теплопроводную цепочку модели, для чего рассмотрим структурные теплопередающие элементы в материале МР.

При визуальном изучении структуры МР можно отметить различную ориентацию теплопередающих проволочных элементов, примыкающих к контакту, относительно направления теплового потока. При этом можно выделить два крайних положения, показанных на рис. 3.

В случае, показанном на рис. 3,а, передачи тепла через контакт не будет, так как нормаль к плоскости, касательной к контактируемым поверхностям, составляет с направлением теплового потока прямой угол, при этом перепад температур в точке контакта $\Delta T = 0$. В этом случае тепло передается отрезками проволочных спиралей, теплопроводность материала которых равна λ_l . В случае, показанном на рис. 3,б, когда нормаль к плоскости, касательной к контактируемым поверхностям, совпадает с направлением теплового потока, передача тепла происходит через контакт

В теплопередающих контактах материала МР угол между нормалью к плоскости, касательной к поверхностям проволочек, и направлением теплового потока в общем случае может составлять значения от 0 до 90°. Такая особенность структуры характерна для пористых волокнистых сред. В моделях таких структур для моделирования наличия контактов в теплопроводных цепях, вводят плоскости разрывов волокон (см., например, работу [2]). Используя такой прием, положим, что теплопроводная цепь модели термического сопротивления МР состоит из двух типов сопротивлений $R_{нэ}$ – термическое сопротивление элементов структуры, примыкающих к контактам типа, изображенных на рис. 3,а и $R_{э}$ – термическое сопротивление контакта с примыкающими к нему элементами структуры.

Термическое сопротивление теплопроводной цепи модели сопротивления структуры МР состоит из n_n элементов, термическое сопротивление которых $R_{нэ}$ и $(n_{\text{ц}} - n_n)$ элементов с тепловым сопротивлением $R_{э}$. Термическое сопротивление такой цепи равно

$$R_{\text{ц}} = n_n R_{нэ} + (n_{\text{ц}} - n_n) R_{э}, \quad (3)$$

где $n_{\text{ц}} = \sqrt[3]{n_{КТТ}^2}$, а число таких цепей, как было показано выше, равно $\sqrt[3]{n_{КТТ}^2}$.

Используя выражения (2) и (3), можно получить зависимость для определения теплового сопротивления любого выделенного объема модели. Оно равно

$$R = [n R_{эн} + (1 - n) R_э] / n_{ц}, \quad (4)$$

где $n = n_n / n_{ц}$ – параметр, определяющийся отношением количества элементов с сопротивлением $R_{эн}$ к общему количеству элементов в цепи. В выражении (4) величины параметров n , $R_{эн}$, $R_э$ неизвестны.

Для волокнистых систем величина параметра n может изменяться в широких пределах и определяться как структурой волокнистых материалов, так и разбросом экспериментальных данных по теплопроводности в условиях вакуума [2].

Для оценки параметра n в материале МР воспользуемся упрощенными представлениями его структуры, для чего представим параметр n в виде соотношения контактов двух типов на виток

$$n = n_n / n_{ц} = n_{вц} n_{нк} / n_{вц} n_{к} = n_{нк} / n_{к},$$

где $n_{вц}$ – число витков проволоочной спирали в цепи; $n_{нк}$ – число контактов, составляющих элементы с термическим сопротивлением $R_{эн}$, приходящихся на виток.

Рассмотрим осредненный теплопередающий виток спирали (рис. 3). Контакты равномерно расположены по длине витка. Можно выделить, как было показано выше, два типа контактов, составляющих элементы с сопротивлениями $R_{эн}$ (см. рис. 3,а) и $R_э$ (см. рис. 3,б). Остальные контакты составляют элементы с промежуточными значениями сопротивлений. Элементы с промежуточными значениями сопротивлений в модели сопротивлений МР разделим между двумя типами элементов поровну. Для такой модели параметр $n = 0,5$.

Анализ физической картины процесса теплопередачи в структуре материала МР, выполненный в работе [1] показал, что по теплопроводным свойствам она является промежуточной между структурами с вкраплениями и взаимопроникающими компонентами. Поэтому при создании теплопроводной модели структуры МР возможно использование обоих основных типов моделей.

Для создания теплопроводной модели структуры МР была использована геометрическая (физическая) модель

структуры с взаимопроникающими компонентами, показанная на рис. 4, в каждом теплопередающем элементе 1 которой было введено $n_{ц} - n_n$ теплопроводных мембран, моделирующих термическое сопротивление теплопередающих контактов материала МР. Всего таких мембран в выделенном объеме структуры модели $(1 - n)N_k$. С учетом того, что $n = 0,5$, общее количество таких мембран в выделенном объеме равно $0,5N_k$.

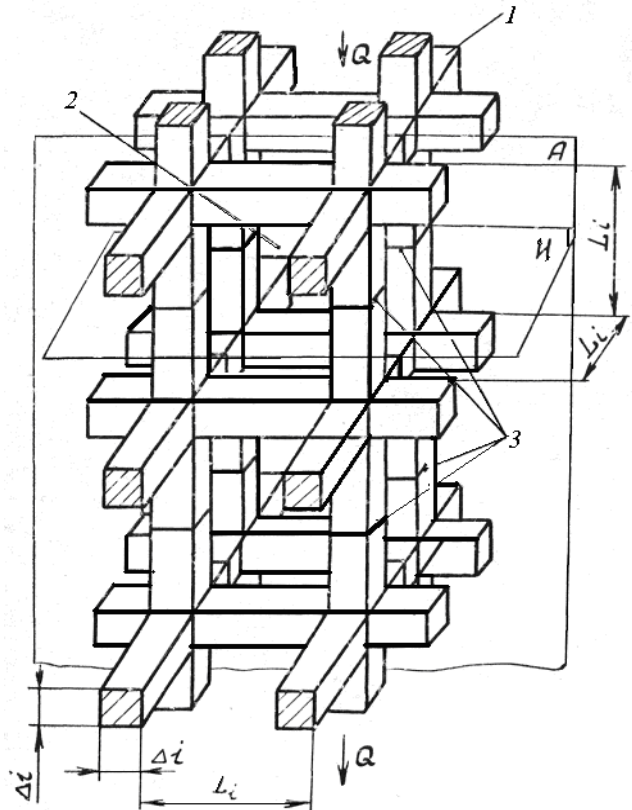


Рис. 4. Модель структуры материала МР: 1 – твердая компонента (скелет); 2 – пора; 3 – мембрана с теплопроводностью λ_k ; А – адиабатная, И – изотермическая плоскости

Выделенный объем структуры модели разделим с помощью вспомогательных адиабатных А и изотермических И поверхностей, проходящих через плоскости мембран. При этом выделенный объем раздробится на равновеликие части, пористость которых равна пористости модели структуры. Полученные части состоят из элементов с тепловыми сопротивлениями $R_{эн}$ и $R_э$. В силу симметрии элементов их тепловые сопротивления и проводимости можно получить при рассмотрении 1/8 части элемента. Геометрическое представление 1/8 части

объема элемента с сопротивлением $R_{эн}$ приведено в работе [2], а элемента с сопротивлением R_3 показано на рис. 5.

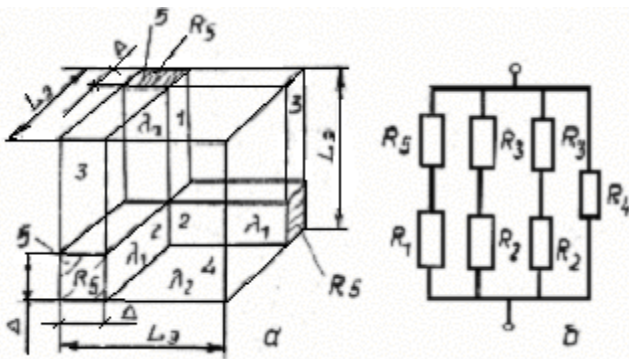


Рис. 5. Элемент модельной структуры с контактными сопротивлениями:

а - восьмая часть ячейки с термическими сопротивлениями R_5 , б - схема соединения тепловых сопротивлений

Элементы скелета на рис. 5,а в адиабатных и изотермических плоскостях оканчиваются тремя мембранами 5.

Выразим тепловые сопротивления $R_{эн}$ и R_3 в выражении (4) через теплопроводные и геометрические параметры элементов единичного объема. При этом выражения для них примут вид

$$R_{эн} = L_3 / \lambda_{эн} F_3 = l / \lambda_{эн} L_3 = n_{ц} / \lambda_{эн}; \quad (5)$$

$$R_3 = L_3 / \lambda_3 F_3 = l / \lambda_3 L_3 = n_{ц} / \lambda_3, \quad (6)$$

где $L_3 = l / n_{ц}$ - длина ребра 1/8 элемента на рис. 5. С учетом формул (5) и (6) выражение (4) можно представить в виде зависимости

$$R = \frac{n_n}{\lambda_{эн}} + \frac{(1 - n_n)}{\lambda_3}. \quad (7)$$

Из выражения (7) видно, что тепловое сопротивление модели определяется теплопроводностями элементов и их количественным соотношением в теплопроводной цепи.

Теплопроводность $\lambda_{эн}$ можно определить с помощью модели пористой структуры с взаимопроникающими элементами в виде

$$\lambda_{эн} = \lambda_1 [C^2 + \lambda_0 l (1 - C)^2 + 2\lambda_0 C (1 - C) / (\lambda_0 C + 1 - C)^{-1}]. \quad (8)$$

Для определения теплопроводности λ_3 воспользуемся моделью пористой структуры на рис. 5.

Тепловые сопротивления отдельных участков элементарной ячейки могут быть определены по формулам для плоской

стенки с учетом правил, изложенных в работе [2]:

$$\begin{aligned} R_1 &= L_3 / \lambda_1 \Delta^2; \quad R_2 = \Delta / \lambda_1 \Delta (L_3 - \Delta); \\ R_3 &= (L_3 - \Delta) / \lambda_2 \Delta (L_3 - \Delta); \\ R_4 &= L_3 / \lambda (L_3 - \Delta)^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Тепловое сопротивление всей элементарной ячейки R_3 можно представить следующим образом:

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_5 + R_1} + \frac{2}{R_2 + R_3} + \frac{1}{R_4}. \quad (10)$$

Тепловое сопротивление однородного вещества с теплопроводностью λ_3 в объеме всей элементарной ячейки равно

$$R_3 = L_3 / \lambda_3 L_3^2 = 1 / \lambda_3 L_3. \quad (11)$$

Зависимость для определения теплопроводности λ_3 получим путем сравнения выражений (10) и (11) с учетом формул (9)

$$\begin{aligned} \lambda_3 &= \lambda_1 [C^2 M + \lambda_0 (1 - C)^2 + 2\lambda_0 C (1 - C) / (\lambda_0 C + 1 - C)^{-1}], \\ M &= (\lambda_1 L_3 C^2 R_5 + 1)^{-1}, \\ R_5 &= 4R_k. \end{aligned} \quad (12)$$

В выражении (12) неизвестной величиной является контактное термическое сопротивление R_k в материале МР.

Тепловой поток через контакт согласно закону Фурье определяется площадью взаимодействия и геометрией контактирующих поверхностей. Площадь взаимодействия может быть оценена площадью части поверхности, проходящей по касательной к поверхностям проволок через точку контакта витков спирали, показанной на рис. 6 (заштрихованная часть плоскости А), которая зависит от угла пересечения проволок $\phi_{пр}$.

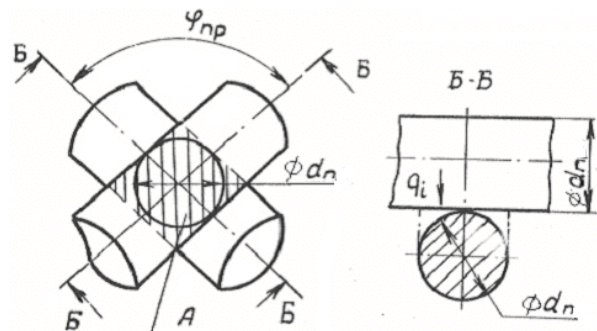


Рис. 6. Элемент контакта проволок

Среднестатистическое значение угла $\phi_{пр}$ для структуры МР не известно. Поэтому

зону контакта представим с помощью упрощенной модели.

На плоскости *A* выделим площадку сильного теплового взаимодействия в виде круга диаметром d_n с центром в точке касания проволок. Выделенная область имеет минимальный эквивалентный зазор между проволоками и значительную площадь теплового взаимодействия (более 60% от всей выделенной части поверхности). По закону Фурье в выделенной области будет передаваться большая часть теплового потока в области точки контакта проволок из-за минимального зазора между теплопередающими поверхностями. Поэтому выделенную область можно считать областью максимального теплового взаимодействия.

Зазор между теплообменными поверхностями в выделенной области изменяется от 0 до $d_n/2$ (см. рис. 6, Б-Б). Поэтому зону контакта проволок моделируем (рис. 7,а) в виде полушара 1, опертго на плоскую поверхность, ограниченную окружностью диаметром d_n . Зазор между поверхностями 1 и 2 изменяется от 0 до $d_n/2$. Замена поверхностей контакта второго порядка на поверхности первого и второго порядка при описании теплопроводности пористых сред апробирована в модели, предложенной в работе [2].

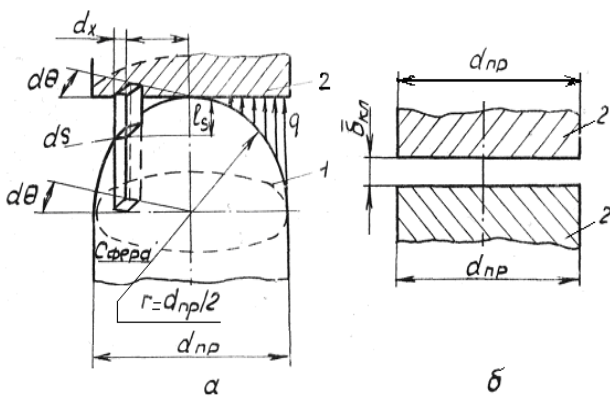


Рис. 7. Геометрическая модель контакта проволок: 1 - полушар; 2 - полуплоскость

Тепловой поток в зоне контакта принимается одномерным. В модели контакта МР будем считать, полушар и плоскость абсолютно твердыми телами, поэтому геометрия контакта между ними

полностью определяется их геометрическими размерами.

Термическое сопротивление зазора и примыкающего к нему полушара радиусом $r = d_n/2$ представим следующим образом. Разобьем всю область адиабатическими кольцевыми плоскостями, параллельными теплового потоку. Проводимость отдельного слоя толщиной dx представим в виде

$$d\sigma_k = \left[\frac{r - \sqrt{r^2 - x^2}}{\lambda_2 ds} + \frac{\sqrt{r^2 - x^2}}{\lambda_1 ds} \right]^{-1}, \quad (13)$$

$$ds = x dx d\theta.$$

Полная проводимость зазора равна

$$\sigma_k = \int_0^{2\pi} \int_0^r d\sigma_k = \frac{\pi \lambda_2 d_{np}}{(1 - \lambda_o)^2} [\lambda_o - 1 + \ln(1/\lambda_o)] \quad (14)$$

($\lambda_o = \lambda_2 / \lambda_1$). Величина теплового сопротивления $R_k = 1/\sigma_k$. С учетом выражения (13) тепловое сопротивление контакта равно

$$R_k = \frac{(1 - \lambda_o)^2}{\pi d_{np} \lambda_2 [\lambda_o - 1 + \ln(1/\lambda_o)]}. \quad (15)$$

Зависимость (15) не учитывает влияние зазора на молекулярную и лучистую составляющие теплопроводности газа, заполняющего поры. Учесть его можно с помощью рекомендаций, предложенных в работе [2]. С учетом молекулярной и лучистой составляющих теплопроводности газа в зазоре между проволоками зависимость (15) представим в виде

$$R_k = \frac{(1 - \lambda_{мзо})^2}{\pi d_{np} \lambda_{мз} [\lambda_{мзо} - 1 + \ln(1/\lambda_{мзо})]}, \quad (16)$$

где $\lambda_{мз} = \lambda_{мзм} + \lambda_{мзл}$; $\lambda_{мзо} = \lambda_{мз} / \lambda_l$; $\lambda_{мз}$, $\lambda_{мзм}$, $\lambda_{мзл}$ - соответственно коэффициент теплопроводности в микрозазоре и его молекулярная и лучистая составляющие; $\lambda_{мзо}$ - значение параметра в микрозазоре.

Молекулярная составляющая коэффициента теплопроводности $\lambda_{мзм}$ может быть определена по методике, описанной в работе [2].

Лучистую составляющую коэффициента теплопроводности газа в микрозазоре между проволоками $\lambda_{мзл}$ оценим приближенно следующим образом. Представим зазор между проволоками в виде плоской прослойки (см. рис. 7,б) толщиной $\delta_{кл}$, равной среднеинтегральной по площади $\pi d_n^2/4$ толщине зазора между сферой и плоскостью (см. рис. 7,а), при этом

$$\lambda_{\text{мэл}} \approx 4\varepsilon_{\text{нр}} \sigma_{\text{С-Б}} T_c^3 \delta_{\text{кл}}, \quad (17)$$

$$\delta_{\text{кл}} = \frac{4}{\pi d_n^2} \int_0^{2\pi r_n} \int_0^0 dV = \frac{4}{\pi d_n^2} \int_0^{2\pi r_n} (r_n - \sqrt{r_n^2 - x^2}) dx d\theta; \quad (18)$$

$\delta_{\text{кл}} = 0,167d_n$, $\varepsilon_{\text{нр}} = \varepsilon / (2-\varepsilon)$
где ε – степень черноты поверхностей;
 $\sigma_{\text{С-Б}} = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м²К⁴ – постоянная
Стефана-Больцмана;
 T_c – средняя температура изделия.

Полученные выражения (15) и (16) позволяют приближенно определить термическое сопротивление теплопередающего контакта проволок в материале МР. Предложенная модель структуры и её элементов позволяет разработать математическую модель процесса передачи тепла в материале МР при оговорённых в настоящей работе условиях.

Библиографический список

1. Жижкин, А.М. Анализ физической картины процесса теплопередачи в материале МР/ А.М. Жижкин, А.И. Белоусов //Математическое моделирование информационных процессов и систем в науке, технике и обществе: Межвуз. сб. научн. трудов. Самара. 2004. С. 43 – 52.
2. Дульнев, Г.Н. Теплопроводность смесей и композиционных материалов: Справочная книга / Г.Н. Дульнев, Ю.П. Заричняк. – Л.: Энергия, 1974. - 264 с.

References

1. Zhizhkin A.M., Belousov A.I. Analyses of physics of heat conduction process in MR material// Mathematical modeling of information processes and systems in science, technology and society. Samara, 2004, pp. 43-52.
2. Dul'nev G.N., Zarichnyak Yu.P. Heat conductivity of blends and composite materials. Handbook. Leningrad, Energy, 1974 – 264 p.

MODELING OF STRUCTURE OF THE POROUS MR MATERIAL IN PROCESS OF HEAT CONDUCTION

© 2009 A. M. Zhizhkin

Samara state aerospace university

Principles of modeling of structure of MR material and heat conduction process for absence of convection of media in holes are presented in this article.

Model, structure, material MR

Информация об авторе

Жижкин Александр Михайлович, кандидат технических наук, доцент кафедры Конструкции и проектирования двигателей летательных аппаратов Самарского государственного аэрокосмического университета. Тел. 267-46-87. Область научных интересов: виброизоляторы и уплотнения на основе материала МР.

Zhizhkin Alecsandr Mihailovich, Candidate of Engineering Science, lecturer of Aircraft Engine Design Department of Samara State Aerospace University. Phone: 267-46-87. Area of research: sealing made of MR material.