

ЗАВИСИМОСТЬ МИКРОСКОПИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ МАТЕРИАЛА МР ОТ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ПРЕССОВАНИЯ

© 2009 М. В. Дегтярёв, А. М. Жижкин

Самарский государственный аэрокосмический университет

В работе разработано приближение сплошной среды для описания МР. В работе установлена связь между элементами структуры - микроскопическими параметрами математическим ожиданием \bar{x} и дисперсией σ_d и макроскопическими параметрами – осредненными параметрами целого образца N и Π . Построена «капельная модель» материала МР. Предложено последовательное термодинамическое описание технологического процесса изготовления пластин из МР. Исследована динамика свойств материала МР в технологическом пространстве. Получена функция распределения объема пор в материале МР по размерам. Получена явная зависимость средней величины размера поры в материале МР от давления прессования при изготовлении изделия из данного материала. Продемонстрировано хорошее согласие теории с экспериментом.

Материал МР, микроскопические параметры, термодинамическое описание, технологический процесс, давление прессования, средняя величина размера поры

Целью работы является анализ зависимости микроскопических параметров материала МР от свойств проволоки и технологических параметров изготовления детали из материала МР.

Для достижения цели в работе используются общие термодинамические соотношения, необходимые для анализа технологического цикла – это уравнение сохранения энергии и уравнение текущего состояния тела. В работе эти уравнения применены для вывода формул термодинамической теории МР, после чего сравнены результаты расчета зависимости параметров материала МР от технологических параметров, в частности давления, с экспериментальными данными.

В работе рассматривается процесс перехода состояния заготовки из начального к конечному состоянию, причем деформация происходит медленно (на обычном прессе). Специфической особенностью этого материала является то, что в процессе изготовления заготовка находится в состоянии термодинамического равновесия - металлическая матрица характеризуется своей энергией, а газ в порах характеризуется своей энергией. В расчетах же нам удобнее использовать эффективную температуру T в градусах Кельвина как меру энергии всей заготовки.

В работе материал МР принимается нами как сплошная деформируемая среда

(аналог очень плотного газа). Вводя понятия термодинамического потенциала и используя тензорный анализ, получаем основное уравнение для сплошных сред:

$$dU = TdS + \sigma_{ik} du_{ik}, \quad (1)$$

где σ_{ik} - тензор напряжений;

u_{ik} - тензор деформаций.

Термодинамический потенциал тела в таком случае определяется соотношением:

$$\Phi = U - TS - \sigma_{ik} u_{ik}. \quad (2)$$

Независимыми переменными в (1) и (2) являются: S и u_{ik} , T и σ_{ik} соответственно.

В случае же всестороннего сжатия заготовки материала МР термодинамический потенциал принимает вид

$$\Phi = F + P \cdot u_{ii} = F + P \cdot (V - V_0), \quad (3)$$

где $(V - V_0)$ - след тензора деформаций - изменение объема заготовки, F - свободная энергия тела (характеризуется T и V), P - давление прессования.

Одним из важнейших параметров материала МР является его пористость. Пористость Π является интегральным параметром и по сути

$$\Pi = \frac{V_{\Pi}}{V_0} = \frac{V_{\Pi}}{V_M + V_{\Pi}}. \quad (4)$$

Конкретная же величина Π для конкретного образца МР находится по формуле

$$\Pi = 1 - \frac{m_{mp}}{\rho_w V_0}, \quad (5)$$

где ρ_w - плотность проволоки, а полная масса готового изделия из материала МР равна m_{mp} .

Общий объем пор включает в себя объем всех пор. Элементарный объем поры V_p в материале МР можно считать случайной величиной, подчиняющейся некоторому закону распределения. Основанием для подобного утверждения и приложения статистического подхода к анализу свойств МР служит тот факт, что на размер каждой отдельной поры влияет большое количество неконтролируемых факторов (например, углов пересечения отдельных участков проволоки в прессуемом массиве металлических спиралей). Соответствующую вероятность того, что для поры с номером i случайная величина V_p примет значение V_i обозначим через p_i .

Очевидно, что средний объем одной поры \bar{V}_p равен

$$\bar{V}_p = \sum_{i=1}^N p_i V_i, \quad (6)$$

а дисперсия

$$\sigma_{V_p}^2 = \sum_{i=1}^N p_i (V_i - \bar{V}_p)^2. \quad (7)$$

Если известны величины каждой вероятности p_i и физико-механические характеристики проволоки, то основные параметры изделия из материала МР могут быть рассчитаны теоретически. Однако на практике никакой априорной информации о свойствах совокупности вероятностей p_i не имеется. Более того, гипотеза о равномерном распределении пор по размерам $p_i = N^{-1}$, приведенная в [1], недостаточно точна, т.к. она не согласуется с экспериментом.

На практике средний размер пор

$$\bar{V}_p = \frac{V_{\Pi}}{N} = \frac{\Pi V_0}{N}. \quad (8)$$

Его величина легко вычислима, т.к. и количество пор, и пористость - величины известные. Вероятности же подлежат оценке методами математической статистики на основе анализа экспериментальных данных. Параметр дисперсии вычислить сложнее, но при постоянных технологических параметрах (при заданной технологии) эта задача имеет решение.

Так как в заготовке из материала МР содержится огромное число пор, то при описании свойств МР мы используем модель

сплошной среды и переходим от дискретного распределения пор по размерам (объемам), задаваемого множеством величин p_i , к непрерывному распределению $\rho(x, \bar{x}, \sigma_d)$, нормированному на единицу:

$$\int_0^{\infty} \rho(x, \bar{x}, \sigma_d) dx = 1. \quad (9)$$

Величина $\rho(x, \bar{x}, \sigma_d) \Delta x$ имеет смысл вероятности того, что эффективный диаметр отдельной поры лежит в интервале $(x, x + \Delta x)$. При этом аргумент x , являющийся непрерывной случайной величиной, есть эффективный диаметр поры. Математическое ожидание диаметра поры \bar{x} и его дисперсия σ_d^2 определяются стандартными соотношениями:

$$\bar{x} = \int_0^{\infty} x \cdot \rho(x, \bar{x}, \sigma_d) dx, \quad (10)$$

$$\sigma_d^2 = \int_0^{\infty} (x - \bar{x})^2 \cdot \rho(x, \bar{x}, \sigma_d) dx. \quad (11)$$

Верхний бесконечный предел имеет под собой основание, т.к. выполняется неравенство $\left(\frac{V_p}{V_0}\right)^{1/3} \ll 1$ (т.е. размер поры много меньше размера образца).

Из [1] известно, что измерения размеров пор в материале МР удовлетворяют постулатам Гаусса:

$$\rho(x, \bar{x}, \sigma_d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_d} \exp\left(-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma_d^2}\right) \quad (12)$$

Далее в работе установлена связь между элементами структуры - микроскопическими параметрами, математическим ожиданием \bar{x} и дисперсией σ_d и макроскопическими параметрами - осредненными параметрами целого образца N и Π .

Величины Π и \bar{x} допускают прямое измерение. Например, из [2] известен метод, когда средний размер пор \bar{x} может быть измерен с достаточной для практических целей точностью посредством измерения их площади.

Экспериментальный средний диаметр поры равен

$$\bar{x}_{\text{exp}} = \sqrt{\frac{6 \cdot \tilde{S}_p^{\text{exp}}}{\pi}}. \quad (13)$$

Соотношение для получения количества пор в образце получено путем сопос-

тавления уже записанного выражения для среднего объема поры (8) с геометрическим выражением среднего объема поры. При этом мы принимаем, что пора имеет сферическую форму. В этом случае по определению

$$\bar{V}_p = \frac{\pi}{6} d^3 = \frac{\pi}{6} \int_0^{\infty} x^3 \rho(x, \bar{x}, \sigma_d) dx. \quad (14)$$

Используя замену переменной в бесконечных пределах и с учетом того, что $\bar{x} \gg \sigma_d$, получаем основное соотношение в рамках применяемого нами феноменологического подхода:

$$\bar{V}_p \approx \frac{\pi}{6} \bar{x}^3 + \frac{\pi}{2} \bar{x} \cdot \sigma_d^2. \quad (15)$$

Сопоставив два выражения для среднего объема поры, получаем:

$$N = \frac{V_{II}}{\bar{V}_p}. \quad (16)$$

В силу того, что $\Delta \bar{x} \gg \sigma_d$, нулевое приближение оценки величины N имеет вид

$$N = \frac{6V_{II}}{\pi \cdot \bar{x}^3_{\text{exp}}}. \quad (17)$$

Для измерения исключительно важного параметра теории σ_d^2 в работе используется утверждение, что при малом изменении давления прессования в первую очередь изменяется средний диаметр пор при неизменном их числе.

Ключевое выражение для дисперсии, полученное в работе:

$$\sigma_d^2 = \frac{2}{\pi N} \cdot \frac{\partial V_{II}}{\partial p} \left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial p} \right)^{-1} - \bar{x}^2. \quad (18)$$

Все параметры распределения

$$\rho(x, \bar{x}, \sigma_d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \exp\left(-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_0^2}\right) \text{ в работе}$$

получили оценку, причем в теории фигурируют только наблюдаемые величины, выражающиеся через макроскопические характеристики исследуемого образца материала МР, а именно: дисперсия, зависящая от количества пор, объема пор, давления прессования и средний размер поры, зависящий от количества пор и объема пор.

«Капельная модель»

В работе для исследования зависимости свойств материала МР от технологии его изготовления построена математическая модель материала. Для ее построения ис-

пользовался метод аналогии, где пора в материале МР представляется как замкнутый объем в виде сферической капли определенного размера. Модель названа «капельной».

Внутренняя энергия отдельной поры имеет вид

$$u(x) = \kappa \pi x^2 - u_0 \frac{\pi}{6} x^3, \quad (19)$$

где первый член – положительная объемная энергия, а второй – отрицательная поверхностная энергия.

На систему «квазичастиц» или капель возлагаются две связи: полное число квазичастиц в системе равно сумме частиц, входящих в систему; полная внутренняя энергия системы равна сумме внутренних энергий квазичастиц, составляющих эту систему.

Таким образом, внутренняя энергия образца из материала МР записывается очевидно как совокупность энергий всех пор, входящих в заготовку:

$$U = N \cdot \langle u(x) \rangle, \quad (20)$$

где средняя внутренняя энергия одной поры равна

$$\langle u(x) \rangle = \int_0^{\infty} (\kappa \pi x^2 - u_0 \frac{\pi}{6} x^3) \cdot \rho(x, \bar{x}, \sigma_d) dx, \quad (21)$$

$$\langle u(x) \rangle = \kappa \bar{S}_p - u_0 \bar{V}_p, \quad (22)$$

$$\text{где } \bar{S}_p \approx \pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+\bar{x})^2}{\sqrt{2\pi}\sigma_d} \exp\left\{-\frac{x^2}{2\sigma_d^2}\right\} dx = \pi(\bar{x}^2 + \sigma_d^2).$$

В итоге в работе получено выражение для совокупности энергий всех пор, т.е. внутренняя энергия заготовки из материала МР:

$$U = \frac{\pi N}{6} [6\kappa(\bar{x}^2 + \sigma_d^2) - u_0(\bar{x}^3 + 3\bar{x}\sigma_d^2)]. \quad (23)$$

По своему физическому смыслу коэффициенты κ и u_0 слабо зависят от давления прессования.

Зависимость микроскопических параметров материала МР от свойств прессования

Для основной цели работы использовались законы термодинамики.

Согласно первому началу термодинамики при адиабатическом прессовании заготовок из материала МР выполняется соотношение

$$dU = pdV. \quad (24)$$

Объем V складывается из объема металла и объема пор. Поэтому изменение

объема с высокой степенью точности считаем равным

$$dV = d(V_M + V_n) = dV_n = Nd\bar{V}_p = N \frac{\pi}{2} \bar{x}^2 d\bar{x}. \quad (25)$$

Из полученного при применении «капельной модели» соотношения (23) следует, что в приближении

$$\left| \left(\frac{\partial U}{\partial \bar{x}} \right)_{\sigma_d} \Delta \bar{x} \right| \gg \left| \left(\frac{\partial U}{\partial \sigma_d} \right)_{\bar{x}} \Delta \sigma_d \right| \quad (26)$$

изменение внутренней энергии образца МР выражается через изменение среднего диаметра пор следующим образом:

$$dU = \frac{\pi N}{6} [\kappa \bar{x} - u_0 (\bar{x}^2 + \sigma_d^2)] d\bar{x}. \quad (27)$$

Сопоставляя полученные разными методами выражения для изменения внутренней энергии, получаем зависимость $\bar{x} = \bar{x}(p)$, которая определяется квадратным уравнением:

$$(p + u_0) \bar{x}^2 - \kappa \bar{x} + u_0 \sigma_d^2 = 0. \quad (28)$$

Только один из двух корней этого уравнения имеет физический смысл:

$$\bar{x} = \frac{\kappa + \sqrt{\kappa^2 - 4u_0 \sigma_d^2 (p + u_0)}}{2(p + u_0)}, \quad (29)$$

поскольку в пределе $u_0 \rightarrow 0$, он переходит в соотношение

$$\bar{x} = \frac{\kappa}{p}, \quad (30)$$

и, таким образом, удовлетворяет принципу соответствия.

Кроме того, средний размер поры как функция давления прессования подчиняется дифференциальному уравнению:

$$\frac{d\bar{x}}{dp} = - \frac{\bar{x}^3}{\kappa \bar{x} - 2u_0 \sigma_d^2}. \quad (31)$$

Уравнение (31) имеет прозрачный физический смысл. В нем действие соседних пор на данную пору заменено эквивалентным действием упругих стенок. Чем больше давление прессования, тем медленнее идет деформация поры по всем направлениям из-за нарастающей жесткости боковых стенок. При этом скорость изменения среднего размера пор зависит от величины давления прессования. С этой точки зрения соотношение (31) полезно представить в форме

$$\frac{d\bar{x}}{\bar{x}} = - \frac{dp}{E_{eff}(\bar{x})}. \quad (32)$$

Эффективный модуль Юнга для пластины МР быстро растет с уменьшением пористости образца. Именно своим свойством с изменяющимся модулем Юнга пластина из материала МР принципиально отличается от монолитной металлической пластины, для которой зависимость деформации от напряжения при умеренных значениях давления прессования подчиняется классическому закону Гука ($E = const$).

Необходимо отметить, что при выводе уравнений (28), (31) по умолчанию предполагалось, что все измеряемые величины термодинамической теории МР являются вещественными и удовлетворяют естественным условиям

$$\begin{cases} \bar{x} > 0 \\ \frac{d\bar{x}}{dp} < 0 \\ \langle u(x) \rangle \geq 0 \end{cases}, \quad (33)$$

которые, в свою очередь, накладывают определенные ограничения на соотношения между параметрами задачи:

$$\begin{cases} \kappa \geq 2\sigma_d \sqrt{u_0(p + u_0)} \\ \frac{2u_0 \sigma_d^2}{\bar{x}} < \kappa < 2(p + u_0) \bar{x} \\ \kappa > \frac{u_0}{6} \frac{\bar{x}^3 + 3\bar{x} \sigma_d^2}{\bar{x}^2 + \sigma_d^2} \end{cases}. \quad (34)$$

Результаты расчетов

На основе полученных выше соотношений были проведены численные расчеты параметров материала МР для различных образцов, и проведено сравнение теории с экспериментом.

На рис.1 представлен график функции распределения пор по размерам для образца из нихромовой проволоки диаметром $d_w=0,05$ мм и пористостью $P=0,59$. Для сравнения на рис. 1 приведена гистограмма диаметров пор, построенная на основе статистической обработки экспериментальных данных, полученных в работе [1]. Сопоставление гистограммы с графиком показывает хорошее согласие теории с экспериментом.

Оба графика нормированы на единицу в максимуме, и, следовательно, имеют смысл относительной частоты появления пор, имеющих размеры x , лежащие в со-

ответствующем диапазоне изменения аргумента ($x, x+\Delta x$). Параметры теоретической кривой $\bar{x}=60, \sigma_d = 14.1$. Все величины, имеющие физическую размерность длины, измеряются в микрометрах (мкм). На гистограмме представлены экспериментальные данные, полученные в работе [1].

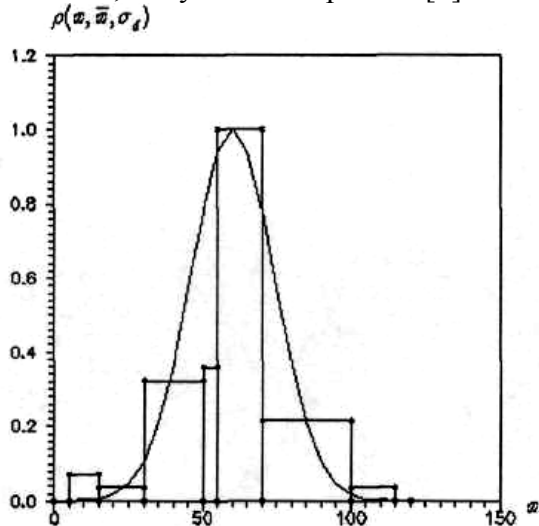


Рис. 1. Функция распределения пор по размерам: Гистограмма - экспериментальные данные, сплошная кривая - теоретический расчет

На рис.2 представлены экспериментальная и теоретическая зависимости среднего диаметра пор \bar{x} от давления прессования p ($\bar{x} = \bar{x}(p)$).

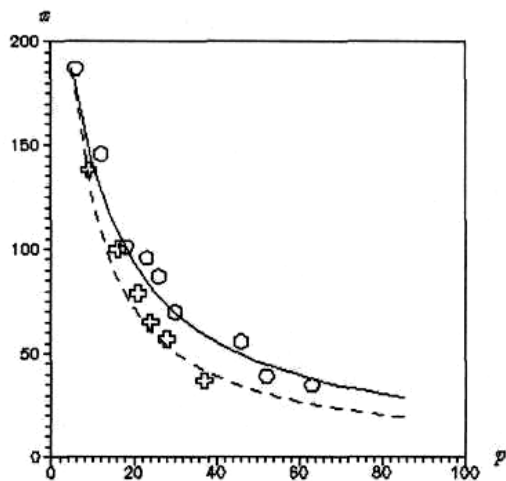


Рис.2. Зависимость $\bar{x} = \bar{x}(p)$

Расчет проводился для двух пластин из материала МР. Пористость обеих пластин $P=0,5$, диаметр проволоки $d_w=0,09$ мм. Кружками и крестиками на том же графике обозначены соответствующие экспериментальные данные из работы [1]. Кружками - для пластины из материала МР диаметром $\varnothing 20$ мм, изготовленной из нихромовой проволоки. Сплошная кривая - теоретический

расчет для той же самой пластины. Крестиками и пунктирной кривой обозначены аналогичные данные для пластины $\varnothing 15$ мм. Величина \bar{x} измеряется в мкм, давление p в МПа. Для сплошной кривой $\kappa_1=2.83 \cdot 10^3$ МПа·мкм, $u_{01}=10.1$ МПа. Для штриховой кривой $\kappa_2 = 1.76 \cdot 10^3$ МПа·мкм, $u_{02} = 4.38$ МПа. Рис.2 демонстрирует хорошее согласие результатов теоретических расчетов с экспериментальными данными.

Выводы

1. Предложено описание материала МР как сплошной среды, на основании которого построена «капельная модель», позволяющая установить связь между микроскопическими и макроскопическими параметрами теории и последовательно термодинамически описать технологический процесс изготовления пластин из МР.

2. Получена функция распределения объема пор в материале МР по размеру и явная зависимость средней величины размера поры в материале МР от давления прессования при изготовлении изделия из данного материала, подтверждающаяся хорошим согласием теории с экспериментом.

Библиографический список

1. Изжеуров, Е.А. Некоторые аспекты изготовления изделий газового тракта энергетических установок из упругого пористого материала МР с заданными параметрами структуры, эргатические системы / Е.А. Изжеуров, А.З. Вахитов // Организация. Управление. Автоматизация: научно-техн. сб. - Ч.II. Самарс. гос. аэрокосм. ун-т. - Самара: 1996. - С. 7-14.
2. Изжеуров, Е.А. Основы расчета и проектирование изделий из материала МР для гидрогазосистем энергетических установок / Е.А. Изжеуров. - М.: Машиностроение, 2001. - 286 с.
3. Большев, Л.Н. Теория вероятностей и математическая статистика / Л.Н. Большев. - М.: Наука, 1987. -284 с.
4. Ландау, Л.Д. Курс теоретической физики, т.7. Теория упругости / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. - М.: Наука, 1987. - 246 с.
5. Ландау Л.Д. Курс теоретической фи-

зики, т.5. Статистическая физика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. - М.: Наука, 1987. - 246 с.

References

1. Izzheurov E.A., Vakhitov A.Z. Manufacture aspects of gas tract of energetic systems elements made from material MR with set structure parameters. Energetic systems. Management. Automatisation. Science digest. Part II, p. 7-14, SSAU, Samara. 1996.
2. Izzheurov E.A. Base of calculating and projecting elements made from material MR

for hydro-gas systems of energetic sets. Moscow, 2001. – 286 p.

3. Bolshev L.N. Theory of probability and math statistics. Moscow, Science. 1987. - 284 p.

4. Landau L.D., Lifshitz E.M., Course of the theoretic physics, part 7. Elastic theory. Moscow, Science. 1987, 246 p.

5. Landau L.D., Lifshitz E.M., Course of the theoretic physics, part 5. Moscow, Science. 1987, 246 p.

DEPENDENCE BETWEEN MICROSCOPIC CHARACTERISTICS OF THE MATERIAL MR AND PARAMETERS OF PRESS FORMING

© 2009 M. V. Degtyarev, A. M. Zhizhkin

Samara State Aerospace University

In the work approximation of a solid medium is developed for the description of the material MR. The relationship between structure elements (microscopic parameters \bar{x} and σ_d) and macroscopic parameters of the whole model N and II. The “liquid drop model” of the material MR is constructed. The consecutive thermodynamic description of engineering process of the material MR manufacturing is offered. The dynamics of the material MR’s characteristics in engineering space are researched. The distribution function of pores along dimensions is got. The evident dependence of an average pore size of the material MR on compaction pressure is received. Good fit of theoretic and experimental data is got.

Material MR, microscopic parameters, thermodynamic description, engineering process, compaction pressure, average pore size

Информация об авторах

Дегтярёв Михаил Владимирович, аспирант кафедры автоматических систем энергетических установок Самарского государственного аэрокосмического университета. Тел. (846) 248-11-25. E-mail: mvd.samara@gmail.com. Область научных интересов: перспективные материалы в авиа-, ракетно- и двигателестроении, в медицинской технике и нефтегазовой промышленности, виброизоляторы и уплотнения на основе материала МР.

Жижкин Александр Михайлович, кандидат технических наук, доцент кафедры конструкции и проектирования двигателей летательных аппаратов Самарского государственного аэрокосмического университета. Тел. (846)267-46-87. E-mail: fdla@ssau.ru. Область научных интересов: виброизоляторы и уплотнения на основе материала МР.

Degtyarev Michael Vladimirovich, postgraduate of Samara State Aerospace University. E-mail: Phone: (846) 248-11-25. E-mail: mvd.samara@gmail.com. Area of research: sealing made of MR material.

Zhizhkin Aleksandr Mikhailovich, candidate of Engineering Science, associated professor at the aircraft engines construction and projecting department of the Samara State Aerospace University. Phone: (846) 267-46-87. E-mail: fdla@ssau.ru. Area of research: sealing made of MR material.