*УДК 629.7.025.64 + 533.6.013.153 + 533.6.011.55*

# АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ ТРЕТЬЕЙ ВАРИАЦИИ КОЭФФИЦИЕНТА МОМЕНТА КРЕНА ПРИ ГИПЕРЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ С МАЛЫМИ ПРОСТРАНСТВЕННЫМИ ВАРИАЦИЯМИ ПОВЕРХНОСТИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГИПОТЕЗЫ ЛОКАЛЬНОСТИ

© 2009 В. А. Данилкин, Г. Ф. Костин, Ю. А. Мокин, Н. Н. Тихонов

ОАО «Государственный ракетный центр им. акад. В. П. Макеева», г. Миасс

Рассматривается задача оценки составляющих третьего порядка малости момента крена при сверхзвуковом обтекании под малыми углами атаки тел, близких телам вращения. На основе метода дифференциальной гипотезы локальности (ДГЛ) получено выражение и проведён анализ структуры третьей вариации коэффициента момента крена, определён её полный состав. Получены интегральные выражения семи составляющих третьей вариации, дана физическая интерпретация каждой из них.

*Гиперзвуковое обтекание, малые углы атаки, малые вариации поверхности, момент крена, метод ДГЛ.*

Моделирование движения по крену неуправляемых летательных аппаратов, близких по форме телам вращения, является одной из сложных задач аэродинамики и динамики [1, 2]. Актуальной является и проблема исследования причин реализаций возмущающих моментов крена [3, 4], их связи с малыми пространственными вариациями поверхности тел [5, 6].

В [6] в результате анализа второй вариации коэффициента момента крена на основе метода ДГЛ получена оценка влияния малых углов атаки ($\alpha$) и скольжения ($\beta$) на момент крена тел вращения с малыми пространственными искажениями поверхности в линейном приближении по углам $\alpha$ и $\beta$. Получены интегральные выражения производных коэффициента момента крена $m_x$ по углам атаки и скольжения – $m_x^\alpha$, $m_x^\beta$. Определено понятие нормы указанных производных $\left\|m_x^\alpha\right\|$, $\left\|m_x^\beta\right\|$, получены зависимости для оценки их величин.

В настоящей работе в продолжение [6] на основе анализа структуры полной вариации третьего порядка коэффициента $m_x$ в рамках метода ДГЛ получена, в частности, оценка квадратичной по пространственному углу атаки составляющей суммарного момента крена. Рассмотрен вопрос о характере её зависимости от угла крена. Приведён полный перечень других составляющих третьей вариации $\delta^3 m_x$ с кратким анализом их физической (механической) природы.

Уравнение поверхности тела вращения с малыми пространственными вариациями поверхности в цилиндрической системе координат $(x,r,\varphi)$ представим в виде суммы [5]

$$r(x,\varphi) = y(x) + \varepsilon_r \cdot \delta r(x,\varphi)\,, \quad (0 \le x \le L)\,, \quad (1)$$

где $y(x)$ – уравнение образующей исходного тела вращения, $L$ – длина тела, $\varepsilon_r$ – параметр малости, $\delta r(x,\varphi)$ – слабая пространственная вариация поверхности, предполагающая малость как самой вариации, так и вариаций частных производных $p = \partial r(x,\varphi)/\partial x$, $q = \partial r(x,\varphi)/\partial\varphi$ :

$$\left|\delta p(x,\varphi)\right| = \left|\frac{\partial(\delta r(x,\varphi))}{\partial x}\right| << 1\,,$$

$$\left|\delta q(x,\varphi)\right| = \left|\frac{\partial(\delta r(x,\varphi))}{\partial \varphi}\right| << 1\,.$$

Совместно с цилиндрической будем использовать также декартову систему координат: $x = x$, $y = r \cdot \cos\varphi$, $z = r \cdot \sin\varphi$ . Ось $x$, направленная от носка к заднему торцу, является осью вращения исходной поверхности тела.

Составляющие вектора скорости набегающего потока $(V_x, V_y, V_z)$ удовлетворяют соотношениям

$V_x > 0$, $\left|V_y / V_x\right| << 1$, $\left|V_z / V_x\right| << 1$,

характеризующим малость углов атаки $\alpha \approx V_y / V_x$ и скольжения $\beta \approx V_z / V_x$ .

Аэродинамический угол крена $\phi$ и пространственный угол атаки $\alpha_n$ определяются выражениями

$$\phi = arctg(V_z / V_y),$$

$$\alpha_n = arctg(\sqrt{V_y^2 + V_z^2} / V_x).$$

В общем случае величины углов атаки, скольжения и пространственного угла атаки связаны соотношением [1]:

$$\cos\alpha_n = \cos\alpha \cdot \cos\beta .$$

При малых величинах $\alpha_n$ справедливо приближенное равенство $\alpha_n \approx \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ . Аэродинамический угол крена $\phi$ соответствует угловой координате подветренной образующей поверхности обтекаемого тела в цилиндрической системе координат.

Представим вариацию поверхности тела в виде тригонометрического ряда Фурье

$$\delta r(x,\varphi) = \\ = \varepsilon_r \{ a_0(x)/2 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n(x) \cdot \cos n\varphi + b_n(x) \cdot \sin n\varphi] \}, \quad (2)$$

где $\varepsilon_r$ – параметр малости радиальной вариации (метка), так же как и параметр малости угла атаки $\varepsilon_\alpha$ по умолчанию, равный единице. Получим соответствующие выражения вариаций частных производных уравнения поверхности тела (1) в виде

$$\delta p(x,\varphi) = \\ = \varepsilon_r \{ a_0'(x)/2 + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n'(x) \cdot \cos n\varphi + b_n'(x) \cdot \sin n\varphi] \}, \quad (3)$$

$$\delta q(x,\varphi) = \\ = q(x,\varphi) = \varepsilon_r \cdot \sum_{n=1}^{\infty} [-a_n(x) \cdot \sin n\varphi + b_n(x) \cdot \cos n\varphi] \cdot n . \quad (4)$$

При известном распределении коэффициента давления на поверхности тела

$$\Phi(x,\varphi) \equiv c_p(x,\varphi) = 2(P - P_\infty) / \rho_\infty V_\infty^2 ,$$

$$(0 \le x \le L)$$

в предположении относительной малости и постоянства давления на днище за кормовым срезом величина аэродинамического коэффициента момента крена от сил давления определяется поверхностным интегралом, выраженным через двойной интеграл в виде [5]

$$m_x = \frac{1}{S_м \cdot L} \int_0^L \int_0^{2\pi} \Phi(x,\varphi) \cdot r(x,\varphi) \cdot q(x,\varphi) d\varphi \; dx, \quad (5)$$

где $S_м$ – характерная площадь (площадь миделевого сечения).

Для расчёта коэффициента давления- $\Phi(x,\varphi)$ на поверхности тела используется полуаналитический приближённый метод ДГЛ, изложенный в работе [7] и представляющий собой композицию приближённой обобщённой гипотезы локальности с точными численными методами расчёта обтекания тел, близких телам вращения, сверхзвуковым потоком газа. Основой метода ДГЛ (дифференциальная форма представления обобщённой гипотезы локальности) является следующее представление коэффициента давления $\Phi(x,\varphi)$ с использованием формулы Тейлора по тангенсу местного угла атаки

$t(x,\varphi) = \tan(\alpha_м(x,\varphi))$

при малых вариациях поверхности тела и угла атаки:

$$\Phi(x,t) = \Phi_0(x) + \Phi_t(x)\cdot\Delta t(x,\varphi) + \\ + \frac{\Phi_{tt}(x)}{2!}\cdot\Delta t^2(x,\varphi) + \frac{\Phi_{ttt}(x)}{3!}\Delta t^3(x,\varphi) + \cdots, \quad (6)$$

где

$\Delta t(x,\varphi) = t(x,\varphi) - t_0(x)$,

$t_0(x) = p_0(x) = y'(x)$ ;

а коэффициенты-функции $\Phi_0(x)$, $\Phi_t(x)$, $\Phi_{tt}(x)$, $\Phi_{ttt}(x)$ определяются для заданного тела вращения при заданных условиях обтекания на основе точных численных расчётов.

При нулевом угле скольжения ($\beta$=0) коэффициент давления на поверхности тела является сложной функцией шести аргументов

$$\Phi(x,\varphi) = \Phi(x, t(\varphi, r, p, q, \alpha)) \Rightarrow \Phi(x, \varphi, r, p, q, \alpha),$$

где $r = r(x,\varphi)$ определяется выражением (1), $p = \partial r(x,\varphi)/\partial x$, $q = \partial r(x,\varphi)/\partial\varphi$ ; $\alpha$ – угол атаки. При этом правая часть выражения (5) принимает вид

$$m_x = \frac{1}{S_M \cdot L}\int_0^L\int_0^{2\pi}\Phi(x,\varphi,r,p,q,\alpha)\cdot r(x,\varphi)\cdot q(x,\varphi)d\varphi\, dx, \quad (7)$$

где величины $r, p, q$ – зависимые функции переменных интегрирования ($x, \varphi$), $\alpha$ – независимый параметр.

При сделанных предположениях при малых вариациях $\delta r, \delta p, \delta q$, связанных соотношениями (2), (3), (4), и угла атаки $\delta\alpha = \varepsilon_\alpha \cdot \alpha$ в окрестности точки ($y(x), y'(x), 0, 0$) фазового пространства ($r, p, q, \alpha$) у подынтегральной функции интеграла (7)

$$F(x,\varphi,r,p,q,\alpha) = \Phi(x,\varphi,r,p,q,\alpha)\cdot r \cdot q \quad (8)$$

существуют все вариации до третьего порядка включительно:

$$\delta^k F = (\frac{\partial}{\partial r}\delta r + \frac{\partial}{\partial p}\delta p + \frac{\partial}{\partial q}\delta q + \frac{\partial}{\partial\alpha}\delta\alpha)^k \circ F, \quad k = 1, 2, 3. \quad (9)$$

Соответствующие вариации самого интеграла (7) определяются с учётом неизменности области интегрирования выражениями

$$\delta^k m_x = \frac{1}{S_{\text{М}} L}\int_0^{2\pi}\int_0^L \delta^k F\, dx\, d\varphi, \; (k = 1, 2, 3).$$

Поэтому в окрестности указанной точки коэффициент момента крена может быть приближённо представлен в виде суммы [5]

$$m_x \approx m_{x_0} + \delta m_x + \frac{\delta^2 m_x}{2!} + \frac{\delta^3 m_x}{3!}. \quad (10)$$

Для исходной формы тела вращения с плоским кормовым срезом и сам коэффициент $m_{x_0}$, и его первая вариация $\delta m_x$ равны нулю [5, 6].

Анализ структуры второй вариации $\delta^2 m_x$, проведённый в [6], показал, что она является суммой двух слагаемых второго порядка малости

$$m_x \approx \frac{1}{2}\delta^2 m_x = \frac{1}{S_м \cdot L}\int_0^L\int_0^{2\pi}[\Phi_t(x)y(x)\delta p(x,\varphi)\delta q(x,\varphi) - \\ -\Phi_t(x)(1+y'^2(x))\, y(x) \cos\varphi\, \delta q(x,\varphi)\, \delta\alpha]\, dx\, d\varphi. \quad (11)$$

Первое слагаемое пропорционально $\sim\varepsilon_r^2$ и определяет классический «винт», составляющую момента крена за счёт переменности фаз различных гармоник вариации поверхности (2) по длине тела при нулевом угле атаки. Второе слагаемое пропорционально произведению $\sim\varepsilon_r \cdot \varepsilon_\alpha$, зависящему от величины амплитуды $b_1(x)$ первой нечётной гармоники вариации (2), определяет линейную по углу атаки «флюгерную» составляющую момента крена при фиксированной вариации поверхности, то есть производную $m_x^\alpha$.

Проанализируем последнее слагаемое суммы (10) – третью вариацию коэффициента момента крена. Третья вариация подынтегральной функции (8) в окрестности точки $(x,\varphi,y(x),y'(x),0,0)$ при вариации поверхности $\delta r(x,\varphi)$ и угла атаки определяется выражением (9) при $k=3$.

Из двадцати различных частных производных третьего порядка подынтегральной функции (8) с учётом симметричности исходного контура тела ($q=0$) и равенств нулю, как показано в [7], частных производных $\Phi_r$, $\Phi_q$, $\Phi_{rr}$, $\Phi_{rp}$, $\Phi_{rq}$, $\Phi_{r\alpha}$, $\Phi_{pq}$, $\Phi_{rrr}$, $\Phi_{rrp}$, $\Phi_{rpp}$, $\Phi_{rrq}$, $\Phi_{rqq}$, $\Phi_{rr\alpha}$, $\Phi_{rpq}$, $\Phi_{ppq}$, $\Phi_{rp\alpha}$, $\Phi_{rq\alpha}$, $\Phi_{qqq}$ не равны тождественно нулю только следующие семь:

$$F_{rpq}=\Phi_{rpq}\cdot r\cdot q+\Phi_{rp}\cdot r+\Phi_{pq}\cdot q+\Phi_p=\Phi_p,$$

$$F_{rq\alpha}=\Phi_{rq\alpha}\cdot r\cdot q+\Phi_{r\alpha}\cdot r+\Phi_{q\alpha}\cdot q+\Phi_\alpha=\Phi_\alpha,$$

$$F_{ppq}=\Phi_{ppq}\cdot r\cdot q+\Phi_{pp}\cdot r=\Phi_{pp}\cdot r,$$

$$F_{pq\alpha}=\Phi_{pq\alpha}\cdot r\cdot q+\Phi_{p\alpha}\cdot r=\Phi_{p\alpha}\cdot r, \qquad (12)$$

$$F_{qqq}=\Phi_{qqq}\cdot r\cdot q+3\Phi_{qq}\cdot r=3\Phi_{qq}\cdot r,$$

$$F_{qq\alpha}=\Phi_{qq\alpha}\cdot r\cdot q+2\Phi_{q\alpha}\cdot r=2\Phi_{q\alpha}\cdot r,$$

$$F_{q\alpha\alpha}=\Phi_{q\alpha\alpha}\cdot r\cdot q+\Phi_{\alpha\alpha}\cdot r=\Phi_{\alpha\alpha}\cdot r.$$

Производные функции давления $\Phi$, входящие в них, в рамках метода ДГЛ связаны с производными $\Phi_t(x)$, $\Phi_{tt}(x)$ зависимости (6) следующими равенствами [7]:

$$\Phi_p=\Phi_t,$$

$$\Phi_\alpha=-\Phi_t(1+p^2)\cdot\cos\varphi,$$

$$\Phi_{pp}=\Phi_{tt},$$

$$\Phi_{p\alpha}=-[\Phi_{tt}(1+p^2)+2\Phi_t\cdot p]\cos\varphi, \qquad (13)$$

$$\Phi_{qq}=-\Phi_t\cdot p/r^2,$$

$$\Phi_{q\alpha}=-\Phi_t(1+p^2)\sin\varphi/r,$$

$$\Phi_{\alpha\alpha}=\Phi_{tt}(1+p^2)^2\cos^2\varphi+\Phi_t\cdot p(1+p^2)(3\cos^2\varphi-1).$$

После подстановки (13) в (12) третья вариация подынтегральной функции (8) с использованием (9) выражается в виде

$$\begin{aligned}\delta^3F(x,\varphi)&=6\Phi_t(x)\delta r(x,\varphi)\delta p(x,\varphi)\delta q(x,\varphi)+\\&+3\Phi_{tt}(x)\,y(x)\,\delta p^2(x,\varphi)\delta q(x,\varphi)-\\&-6[\Phi_{tt}(x)(1+y'^2(x))+2\Phi_t(x)\,y'(x)]\cdot\\&\cdot y(x)\cos\varphi\,\delta p(x,\varphi)\delta q(x,\varphi)\cdot\alpha-\\&-6\Phi_t(x)(1+y'^2(x))\cos\varphi\,\delta r(x,\varphi)\delta q(x,\varphi)\cdot\alpha-\\&-6\Phi_t(x)(1+y'^2(x))\sin\varphi\,\delta q^2(x,\varphi)\cdot\alpha+\\&+3[\Phi_{tt}(x)(1+y'^2(x))^2\cos^2\varphi+\Phi_t(x)y'(x)\cdot\\&(1+y'^2(x))(3\cos^2\varphi-1)]y(x)\delta q(x,\varphi)\cdot\alpha^2-\\&-\frac{3\Phi_t(x)\,y'(x)}{y(x)}\delta q^3(x,\varphi).\end{aligned} \qquad (14)$$

Соответственно, последнее слагаемое в (10) определяется выражением

$$\Delta\tilde{m}_x=\frac{\delta^3 m_x}{3!}=\varepsilon_r^3\cdot I_1+\varepsilon_\alpha\varepsilon_r^2\cdot I_2+\varepsilon_\alpha^2\varepsilon_r\cdot I_3,$$

$$I_1=\frac{1}{S_{\text{м}}L}\left\{\begin{aligned}&\int_0^L\int_0^{2\pi}\Phi_t(x)\delta r(x,\varphi)\delta p(x,\varphi)\delta q(x,\varphi)dxd\varphi+\\&+\frac{1}{2}\int_0^L\int_0^{2\pi}\Phi_{tt}(x)\,y(x)\delta p^2(x,\varphi)\delta q(x,\varphi)dxd\varphi-\\&-\frac{1}{2}\int_0^L\int_0^{2\pi}\frac{\Phi_t(x)y'(x)}{y(x)}\delta q^3(x,\varphi)dxd\varphi\end{aligned}\right\}, \qquad (15)$$

$$I_2=\frac{-\alpha}{S_{\text{м}}L}\left\{\begin{aligned}&\int_0^L\int_0^{2\pi}[\Phi_{tt}(x)(1+y'^2(x))+2\Phi_t(x)y'(x)]\cdot\\&\qquad\cdot y(x)\cos\varphi\,\delta p(x,\varphi)\delta q(x,\varphi)dxd\varphi+\\&+\int_0^L\int_0^{2\pi}\Phi_t(x)(1+y'^2(x))\cos\varphi\,\delta r(x,\varphi)\delta q(x,\varphi)dxd\varphi+\\&+\int_0^L\int_0^{2\pi}\Phi_t(x)(1+y'^2(x))\sin\varphi\,\delta q^2(x,\varphi)dxd\varphi\end{aligned}\right\}, \qquad (16)$$

$$I_3 = \frac{\alpha^2}{S_м L}\left\{\begin{aligned}&\frac{1}{2}\int_0^L\int_0^{2\pi}[\Phi_{tt}(x)(1+y'^2(x))^2\cos^2\varphi + \\ &+\Phi_t(x)y'(x)(1+y'^2(x))(3\cos^2\varphi-1)]\,y(x)\delta q(x,\varphi)dx\,d\varphi\end{aligned}\right\}. \quad (17)$$

Дадим механико-математическую интерпретацию каждому из семи интегралов, входящих в выражения (15), (16), (17).

Вид первого интеграла в выражении (15) указывает на то, что точность вычисления коэффициента $m_x$ с использованием формулы (11) возрастёт, если в первом подынтегральном выражении в ней произвести уточнение плеча действия окружной составляющей силы: $y(x) \Rightarrow [y(x) + \delta r(x,\varphi)]$.

Второй интеграл в (15) можно рассматривать как указание на то, что точность формулы (11) увеличится при уточнении вариации коэффициента давления путём замены в первом слагаемом $\Phi_t(x)$ на

$$[\Phi_t(x) + \frac{\Phi_{tt}(x)}{2}\delta p(x,\varphi)].$$

Таким образом, первые два интеграла в (15) уточняют момент крена от винтообразных вариаций поверхности при нулевом угле атаки.

Составляющая момента крена, определяемая третьим интегралом в (15), рассмотрена в [5]. Её математический смысл состоит в учёте эффекта взаимодействия трёх (двух) различных гармоник вариации поверхности (2). Показано, что условиями взаимодействия трёх (двух) гармоник являются:

- сумма двух меньших номеров гармоник должна быть равна наибольшему номеру третьей гармоники или, как частный случай при взаимодействии двух гармоник, больший номер гармоники должен ровно в два раза превышать меньший номер;

- или все три гармоники должны быть нечётными функциями (синусами), или две - чётными (косинусами) и одна нечётной; как частный случай для двух – гармоника с меньшим номером может быть любой чётности, а с большим – обязательно нечётной.

При нарушении хотя бы одного из условий эффект взаимодействия равен нулю. При взаимодействии трёх гармоник эффект взаимодействия – коэффициент $m_x$ – пропорционален произведению их амплитуд, а при взаимодействии двух – произведению амплитуды гармоники с большим номером на квадрат амплитуды гармоники с меньшим номером. Физический смысл этих условий можно трактовать как требование различной “крутизны” противоположных склонов волнистости $\partial r / \partial\varphi$. На более “пологом” склоне давление за счёт большего местного угла атаки больше, чем на противоположном, что и приводит к возникновению момента крена.

Таким образом, третий интеграл в (15) учитывает влияние на коэффициент $m_x$ при нулевом угле атаки различия «крутизны» склонов вариации поверхности $\delta r(x,\varphi)$ в окружном направлении.

Три интеграла в (16) совместно определяют дополнительную уточняющую поправку второго порядка малости $\sim\varepsilon_r^2$ ко второму члену формулы (11), линейному по углу атаки, то есть к производной $m_x^\alpha$. Каждый из них по отдельности имеет следующий смысл.

Первый интеграл в (16) $\sim F_{pq\alpha}$ учитывает добавку ко второму члену формулы (11) за счёт вариации $\delta p$:

$$[\Phi_{tt}(1+p^2) + 2\Phi_t p] = [\Phi_t(1+p^2)]_p .$$

Второй интеграл в (16) определяет поправку также ко второму члену (11) за счёт уточнения плеча действия окружной составляющей силы: $y(x) \Rightarrow [y(x) + \delta r(x,\varphi)]$.

Третий интеграл в (16) отражает и учитывает неочевидный эффект взаимодействия угла атаки с окружной волнистостью вариации поверхности $\delta r(x,\varphi)$ безотносительно к переменности по длине (винтообразности) или постоянству её фазы. Физическое проявление этого эффекта заключается в том, что окружная волнистость поверхности справа от плоскости угла атаки ($0 < \varphi < \pi$) при $\alpha > 0$ приводит к реализации дополнительного отрицательного приращения момента крена, а с левой стороны (при $\pi < \varphi < 2\pi$), наоборот, – к положительному приращению.

Интеграл (17) определяет линейную по $\varepsilon_r$ и квадратичную по углу атаки $\alpha$ составляющую коэффициента $m_x$. После подстановки выражения $\delta q$ (4) в интеграл (17) и интегрирования по углу $\varphi$, с учётом свойств ортогональности тригонометрической системы, выражение (17) принимает вид

$$I_3 = \frac{\alpha^2 \cdot \pi}{2S_{\text{м}}L}\int_0^L [\Phi_{tt}(x)(1+y'^2(x))^2 + 3\Phi_t(x)y'(x)(1+y'^2(x))]y(x)b_2(x)dx. \tag{18}$$

Вид зависимости (18) позволяет сделать следующие выводы:

– рассматриваемая составляющая коэффициента $m_x$ определяется только нечётной гармоникой второго порядка $b_2(x)$ вариации поверхности (2), которая с геометрической точки зрения характеризует эллиптическую деформацию текущего поперечного среза тела относительно главных осей, расположенных под углами $\pm(\pi/4)$ к осям $Oy, Oz$ декартовой системы координат;

– при повороте тела относительно продольной оси (или угла крена) на $180°$ величина рассматриваемой составляющей не меняется, а при повороте на $\pm 90°$ происходит изменение её знака на противоположный;

– при угле крена $\phi = \pi/4$ величина квадратичной составляющей по пространственному углу атаки $\alpha_n^2$ получается заменой в (18) $b_2(x)$ на $[-a_2(x)]$.

Таким образом, анализ показывает, что зависимость квадратичной по пространственному углу атаки составляющей суммарного коэффициента момента крена тела вращения с малыми пространственными вариациями поверхности от угла крена $\phi$ имеет вид гармоники второго порядка, амплитуда и начальный фазовый угол $\phi_0$ которой определяются величинами интеграла (18) при двух углах крена, различающихся на $\pi/4$, например, $\phi = 0$ и $\phi = \pi/4$.

Отметим также, что для типичных затупленных конических тел с углами полураствора $\theta_s \approx 5...10°$ в соответствии с оценками производных $\Phi_t(x)$, $\Phi_{tt}(x)$, приведёнными в [7], величина первого члена в (18) существенно больше второго, то есть вклад первого члена с производной $\Phi_{tt}(x)$ в интегральное значение в большинстве случаев может быть определяющим.

Практическая полезность проведённого анализа состоит не только в полноте определения всей совокупности составляющих третьей вариации коэффициента $m_x$ и в определении их механико-математической природы, но и в возможности определения ситуации, случайной или неслучайной, когда вклад той или другой составляющей в суммарный момент крена будет являться главным.

**Библиографический список**

1. Ярошевский В. А. Движение неуправляемого тела в атмосфере. – М.: Машиностроение, 1978. – 168 с.

2. Правдин В. М., Шанин А. П. Баллистика неуправляемых летательных аппаратов. - Снежинск, Изд-во РФЯЦ–ВНИИТФ, 1999. – 496 с.

3. Беседин В. П., Булыгин М. Г. О возможной физической модели момента крена спускаемого летательного аппарата на больших высотах // Научн. техн. сб. РКТ, сер. XIV, вып. 1(48), ч. II. Миасс, ГРЦ «КБ им. акад. В. П. Макеева», 2002. – С. 61-67.

4. Савичев В. Ю., Олицкий А. Н. Влияние эффектов вязкости на момент крена летательных аппаратов // Научн. техн. сб. РКТ, сер. XIV, вып. 1(48), ч. II. Миасс, ГРЦ «КБ им. акад. В. П. Макеева», 2002. – С. 243-250.

5. Мокин Ю. А. Оценка коэффициента аэродинамического момента крена высокоскоростных летательных аппаратов с малой окружной волнистостью боковой поверхности // Труды XX Российской школы «Проблемы проектирования неоднородных конструкций», Миасс, 2000. – С. 93-98.

6. Мокин Ю. А. Влияние малых углов атаки и скольжения на момент крена при гиперзвуковом обтекании тел вращения // Теплофизика и аэромеханика, 2009. Том 16, №1. – С. 37-42.

7. Мокин Ю. А. О возможностях решения задач гиперзвуковой аэродинамики на основе дифференциальной формы представления обобщённой гипотезы локальности и её композиции с точными численными методами// Космонавтика и ракетостроение, 2008, вып. 2(51). – С. 136-145.

**References**

1. Yaroshevski V.A. The unguided body atmospheric motion.-M.: "Mechanical engineering", 1978.

2. Pravdin V.M., Shanin A.P. The ballistics of unguided spacecraft, Snezhinsk, "RFYaTs-VNIITF Publishers", 1999.

3. Besedin V.P., Bulygin M.G. On a physical model of the high-altitude reentry vehicle rolling moment. RKT collected works, XIY series, issue 1(48), part II. Miass, SRC "Academician V.P.Makeyev Design Bureau", 2002, pp.61-67.

4. Savichev V.Yu., Olitski A.N. The influence of viscosity effects on the vehicle rolling moment. RKT collected works, XIY series, Issue 1(48), part II. Miass, SRC "Academician V.P.Makeyev Design Bureau", 2002, pp.243-250.

5. Mokin Yu.A. Estimation of the aerodynamic rolling-moment coefficient for high-speed vehicles with slight circumferencial waviness of the lateral surface. Writings of the XX Russian school "Problems of heterogeneous structure design", Miass, 2000, pp.93-98.

6. Mokin Yu.A. Influence of small angles of attack and sweep on the rolling moment at a hypersonic flow around the bodies of revolution. "Thermophysics and Aeromechanics", 2009, Vol. 16, No.1, pp 37-42.

7. Mokin Yu.A. About possibility to solve the hypersonic aerodynamics problems resting on differential form for presenting generalized locality hypothesis and its composition applying precise numerical methods. "Cosmonautics and rocket engineering ", 2008, issue 2(51), pp. 136-145.

## ANALYSIS OF THE STRUCTURE OF THE THIRD VARIATION OF ROLL MOMENT COEFFICIENT DURING HYPERSONIC FLOW ABOUT BODIES OF REVOLUTION WITH SMALL SPATIAL SURFACE VARIATIONS ON THE BASIS OF DIFFERENTIAL LOCALITY HYPOTHESIS METHOD

© 2009 V. A. Danilkin, G. F. Kostin, Yu. A. Mokin, N. N. Tikhonov

Joint-Stock Company "State Rocket Centre named after academician V. P. Makeyev", Miass

The paper deals with the problem of evaluating the constituents of the third order of roll moment smallness during supersonic flow at small angles of attack of bodies close to bodies of revolution. An expression is derived on the basis of the method of differential locality hypothesis, and the structure of the third variation of roll moment coefficient is analysed, its complete composition is defined. Integral expressions of seven constituents of the third variation are obtained, physical interpretation of each is given.

*Hypersonic flow, small angles of attack, small surface variations, roll moment, method of differential locality hypothesis.*

### Информация об авторах

**Данилкин Вячеслав Андреевич**, первый заместитель генерального конструктора, кандидат экономических наук; ОАО «ГРЦ Макеева». Область научных интересов: аэродинамика и термодинамические процессы при движении скоростных летательных аппаратов в атмосфере, ракетостроение. E-mail: src@makeyev.ru.

**Костин Геннадий Федотович**, кандидат технических наук, доцент, старший научный сотрудник, ОАО «ГРЦ Макеева». Область научных интересов: аэродинамика и термодинамические процессы при движении скоростных летательных аппаратов в атмосфере. E-mail: src@makeyev.ru.

**Мокин Юрий Александрович**, ведущий научный сотрудник, кандидат физико-математических наук, доцент, ОАО «ГРЦ Макеева». Область научных интересов: аэродинамика и термодинамические процессы при движении скоростных летательных аппаратов в атмосфере. E-mail: src@makeyev.ru.

**Тихонов Николай Николаевич**, доктор технических наук, профессор, начальник отдела аэрогидродинамики и термодинамики, ОАО «ГРЦ Макеева». Область научных интересов: аэродинамика, гидродинамика и термодинамические процессы при движении скоростных летательных аппаратов в атмосфере. E-mail: src@makeyev.ru.

**Danilkin, Vyacheslav Andreyevitch,** first deputy of general designer, candidate of economic science, joint-stock company “Makeyev State Rocket Centre”. Area of research: aerodynamics and thermodynamic processes during the propulsion of high-speed aircraft in the atmosphere, rocket construction. E-mail: src@makeyev.ru.

**Kostin, Gennady Fedotovich**, senior researcher of the joint-stock company “Makeyev State Rocket Centre”, candidate of technical science, associate professor. Area of research: aerodynamics and thermodynamic processes during the propulsion of high-speed aircraft in the atmosphere. E-mail: src@makeyev.ru.

**Mokin, Yuri Alexandrovitch**, leading researcher, candidate of physical and mathematical science, associate professor, joint-stock company “Makeyev State Rocket Centre”. Area of research: aerodynamics and thermodynamic processes during the propulsion of high-speed aircraft in the atmosphere. E-mail: src@makeyev.ru.

**Tikhonov, Nikolay Nikolayevitch**, doctor of technical science, professor, head of the department of aerohydrodynamics and thermodynamics, joint-stock company “Makeyev State Rocket Centre”. Area of research: aerodynamics and thermodynamic processes during the propulsion of high-speed aircraft in the atmosphere. E-mail: src@makeyev.ru.