

УПРАВЛЕНИЕ РАЗВЕРТЫВАНИЕМ ОРБИТАЛЬНОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ

© 2006 С. А. Ишков, С. А. Наумов

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассмотрен процесс развертывания орбитальной тросовой системы. Предложены и проанализированы законы номинального управления развертыванием. Проведено сравнение известных и предложенных законов управления.

Рассматривается задача выбора управления развертыванием тросовой системы для обеспечения спуска на Землю капсулы. Используется следующая схема развертывания связки «базовый космический аппарат (КА) – субспутник (спускаемая капсула)» (рис. 1).

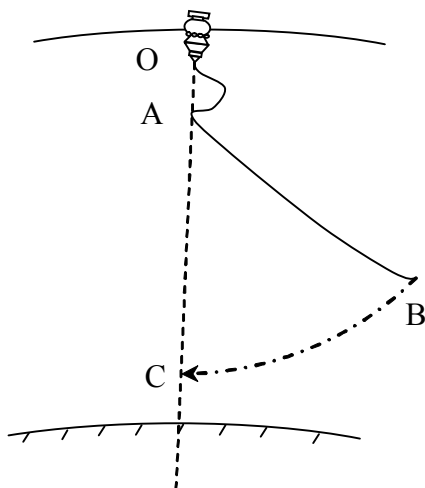


Рис. 1. Траектория движения субспутника в процессе развертывания

1. Отбрасывание субспутника вниз. Движение в окрестности КА. Выход субспутника на направление местной вертикали и его стабилизация (участок $O - A$).

2. Отклонение субспутника на максимальный угол от местной вертикали в направлении орбитального движения системы (участок $A - B$).

3. Пассивное маятниковое движение, отрезание троса при прохождении субспутником линии местной вертикали (участок $B - C$), свободное движение и вход спускаемой капсулы в атмосферу.

1. На первом участке относительное движение тросовой системы рассматривается в сферической орбитальной системе координат (СК), связанной с центром масс системы точкой O (рис. 2). Эта система связана с прямоугольной орбитальной СК OXY , в которой ось OX направлена по геоцентрическому радиусу-вектору точки O , ось OY – по трансверсали в направлении вектора скорости системы. Таким образом, на рис. 2: q – угол отклонения связки от оси OX , r – расстояние между субспутником A и центром масс системы.

динат (СК), связанной с центром масс системы точкой O (рис. 2). Эта система связана с прямоугольной орбитальной СК OXY , в которой ось OX направлена по геоцентрическому радиусу-вектору точки O , ось OY – по трансверсали в направлении вектора скорости системы. Таким образом, на рис. 2: q – угол отклонения связки от оси OX , r – расстояние между субспутником A и центром масс системы.

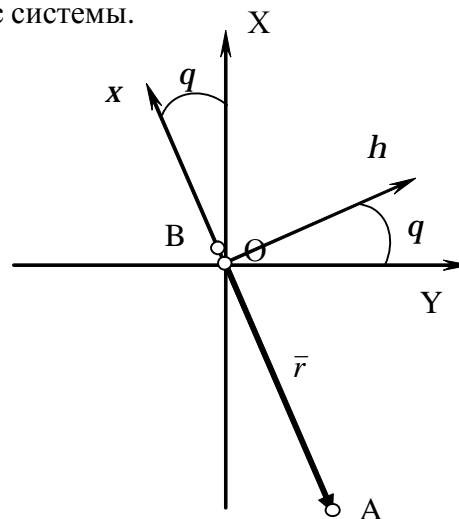


Рис. 2. Ориентация тросовой системы в орбитальной системе координат OXY

Математическая модель динамики развертывания тросовой системы может быть получена на основе уравнений Лагранжа 2-го рода и имеет вид [1]:

$$\begin{aligned} \dot{q} &= V_q, \\ \dot{V}_q &= -\frac{2(V_q + w)V_r}{r} - 3w^2 \sin q \cos q, \\ \dot{V}_r &= V_r, \\ \dot{V}_r &= r[(V_q + w)^2 + w^2(3\cos^2 q - 1)] - \frac{T}{m_A}, \end{aligned} \quad (1)$$

где w - угловая скорость вращения центра масс системы на орбите, m_A - масса субспутника, V_q - угловая скорость отклонения от оси OX , V_r - скорость размотки, T - натяжение троса. В модели приняты следующие допущения: движение рассматривается в плоскости орбиты; орбита центра масс системы круговая и невозмущенная; центр масс тросовой системы совпадает с центром масс КА; трос аппроксимирован прямой, всегда натянутой нитью; масса троса не учитывается.

Рассмотрим первый участок развертывания тросовой системы (участок $O - A$, рис. 1). В [1] качестве номинального рассмотрен закон

$$T = m_A w^2 (6r + 4V_r w^{-1} - 3r_t), \quad (2)$$

где r_t - полная длина троса на первом участке. Данный закон получен из условия наискорейшего гашения колебаний связки около положения местной вертикали. Результаты моделирования развертывания с применением закона (2) представлены на рис. 3, 4. Моделирование проводилось для следующих начальных условий: высота орбиты $H = 268$ км, длина троса $r_0 = 3$ м, скорость $V_{r0} = 3$ м/с, угол $q_0 = 0$, угловая скорость $V_{q0} = 0$, масса КА $M = 7250$ кг, масса субспутника $m_A = 12$ кг.

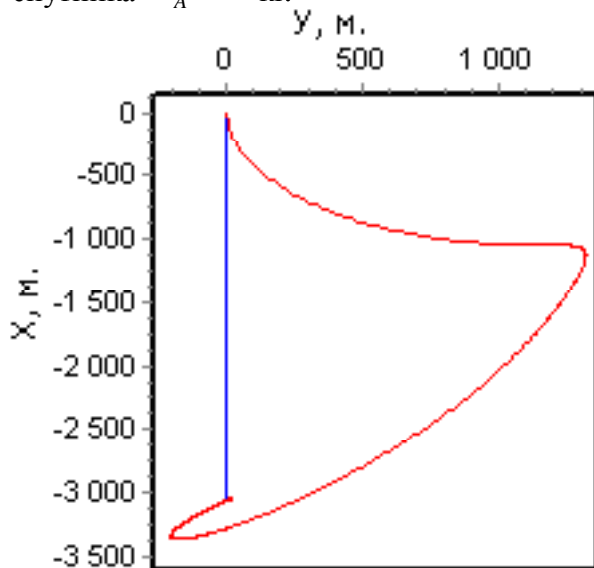


Рис. 3. Траектория движения субспутника при законе развертывания (2)

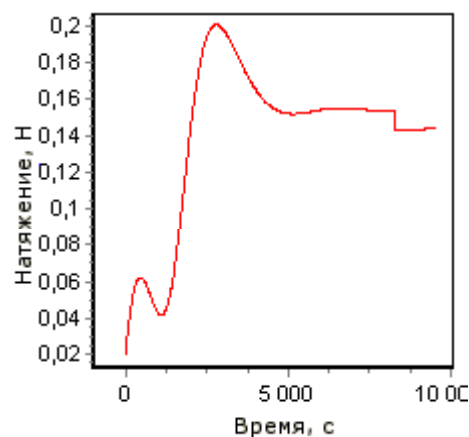


Рис. 4. Зависимость натяжения троса от времени при развертывании по закону (2)

Результаты моделирования показывают, что при управлении натяжением по закону (2) возможно провисание троса в конце развертывания на первом участке. Для исключения провисания и предотвращения снижения уровня натяжения ниже допустимого требуется усложнение механизма размотки троса – установка системы втягивания.

Предлагается рассмотреть закон управления натяжением в параметрическом виде:

$$T = m_A w^2 (a r + b V_r w^{-1} - c r_t), \quad (3)$$

где коэффициенты a, b, c определяются из граничных условий с учетом неотрицательности скорости развертывания на всем протяжении размотки троса. Также, исходя из соображений технической реализуемости, на скорость размотки наложим ограничение:

$$V_r > \frac{w}{b} (c r_t - a r), \text{ которое следует из условия}$$

$T > 0$. Строгое неравенство указывает на то, что натяжение не должно быть нулевым, чтобы избежать провисания троса и его неконтролируемый сход с катушки, на которую он намотан.

При использовании выражения (3) система уравнений движения (1) не зависит от конструктивных параметров связки, а зависит лишь от конечной длины троса. Основное влияние на процесс развертывания оказывает величина начальной скорости оттачивания субспутника от КА. В случае недостаточной начальной скорости, сообщенной субспутнику, может произойти неконтроли-

руемый сход троса с катушки и, как результат, потеря управления процессом развертывания. Слишком большая величина скорости отбрасывания может привести к нештатной ситуации (например, на начальном этапе размотки в случае заедания/залипания троса на катушке может произойти «отпружинивание» субспутника и его удар о КА).

Закон (3) позволяет сформулировать параметрическую задачу: найти такие значения a, b, c , при которых условие $V_r > 0$ выполняется в течение всего процесса развертывания, и тем самым исключается провисание троса. Должны выполняться граничные условия: $t = t_K, r = r_K, V_{rK} = 0, q_K = 0, V_{qK} = 0$. При решении краевой задачи использовался модифицированный метод Ньютона. Для указанных начальных условий получены следующие значения коэффициентов:

$$a = 4,6; b = 3,5; c = 1,6. \quad (4)$$

Моделирование показывает, что при существенном увеличении начальной скорости траектория представляет собой петлю и провисание троса неизбежно. Однако почти всегда можно найти такие значения коэффициентов в законе (3), чтобы исключить ослабление троса и образование петель в траектории субспутника. Этот закон позволяет удачно выводить субспутник в окрестность линии местной вертикали при различных условиях полета.

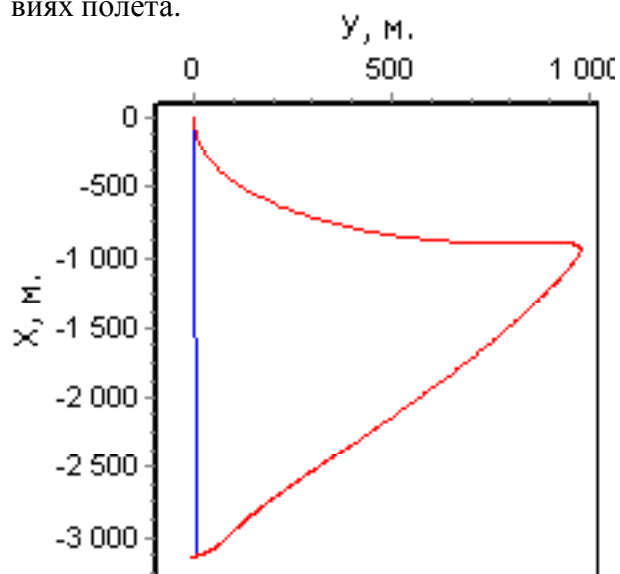


Рис. 5. Траектория развертывания связки при использовании закона (3) с коэффициентами (4)

На рис. 5 показана траектория движения субспутника. В отличие от движения при законе (2) втягивание троса в процессе развертывания не требуется. Из рис. 6 видно, что скорость развертывания связки всегда положительна, т. е. выполнено условие: $V_r > 0$. На рис. 7 показан уровень натяжения в тросе. Сравнение рис. 4 и 7 показывает, что закон (3) более выгоден с точки зрения динамики, поскольку меньшее количество перепадов командного натяжения троса приведет к его плавному развертыванию и отсутствию рывков, что в свою очередь повысит надежность и безопасность полета в целом.

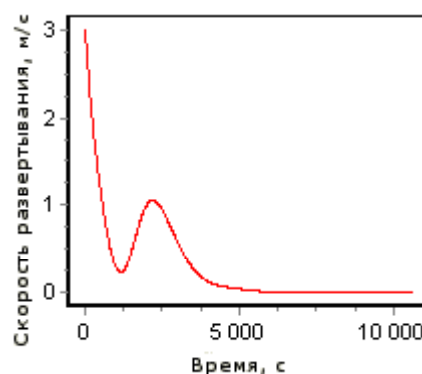


Рис. 6. Зависимость скорости развертывания от времени

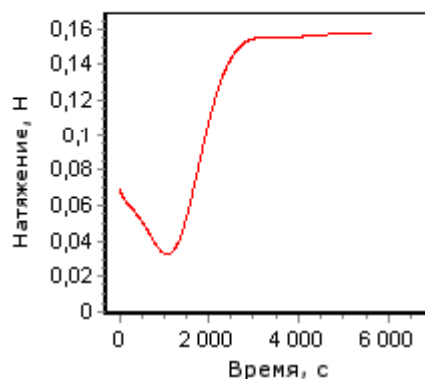


Рис. 7. Зависимость натяжения троса от времени

На рис. 8 показана область параметров тросовой системы (начальной скорости и полной длины троса), в которой обеспечивается условие непровисания и возможен подбор коэффициентов закона (3). Нижняя граница области обусловлена условием $T > 0$, а верхняя получена по результатам моделирования при выполнении условия отсутствия провисания.

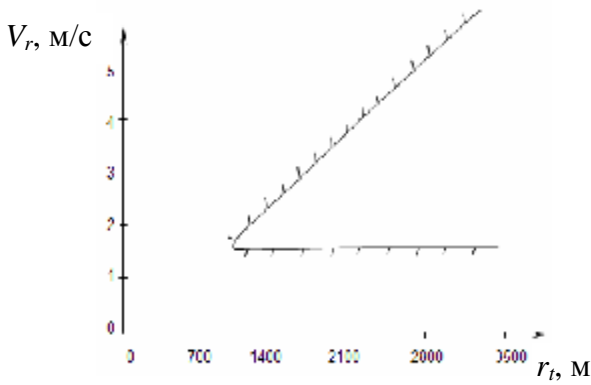


Рис. 8. Область возможных значений начальной скорости и полной длины троса на участке $O-A$

2. Для второго участка задача формулируется следующим образом: необходимо найти такой закон управления натяжением троса, при котором угол отклонения субспутника от местной вертикали будет максимальным (точка B , рис.1). Для решения поставленной задачи воспользуемся принципом максимума Понтрягина. Функционал запишем в виде

$$\left| \int_0^{t_k} \mathcal{H} dt \right| \rightarrow \max.$$

Гамильтониан системы будет выглядеть следующим образом:

$$H = y_{V_q} \dot{V}_q + y_q \dot{q} + y_{V_r} \dot{V}_r + y_r \dot{r}, \quad (5)$$

где $y_{V_q}, y_{V_r}, y_q, y_r$ - сопряженные множители соответствующих координат.

Подставив в H уравнения (1), можно привести гамильтониан к виду: $H = H_0 - Y_{V_r} T m_A^{-1}$.

Из условия максимума H получим оптимальное управление T_{opt} в виде релейной функции:

$$T_{opt} = T_{max} \left(\frac{\text{sign}(y_{V_r}) + 1}{2} \right) \quad (6)$$

где T_{max} - наперед заданное значение натяжения.

На основе гамильтониана и уравнений (1) запишем выражения для сопряженных множителей:

$$\begin{aligned} \dot{y}_{V_q} &= 2V_r r^{-1} y_{V_q} - y_q - 2r(V_q + w) y_{V_r}, \\ \dot{y}_q &= 3w^2 \cos 2q y_{V_q} + 6r w^2 \cos q \sin q y_{V_r}, \\ \dot{y}_{V_r} &= 2r^{-1}(V_q + w) y_{V_q} - y_r, \\ \dot{y}_r &= -2(V_q + w) V_r r^{-2} y_{V_q} - \\ &\quad - \left[(V_q + w)^2 + w^2 (3 \cos^2 q - 1) \right] y_{V_r}. \end{aligned} \quad (7)$$

Данная оптимизационная задача сводится к краевой задаче определения начальных значений сопряженных множителей $y_{q_0}, y_{V_{r_0}}, y_{r_0}, y_{V_{q_0}}$ для следующих заданных начальных условий:

$$t = 0, V_{q_0} = 0, V_{r_0} = 0, q_0 = 0, r_0 \quad (8)$$

и конечных условий:

$$\begin{aligned} t = t_K, y_{q_K} &= 0, V_{q_K} = 0, \\ V_{r_K} &= 0, r = r_K, \end{aligned} \quad (9)$$

где t - время разворачивания.

Для проведения качественного анализа движения и определения начальных значений сопряженных множителей рассмотрим движение связки тел в цилиндрической орбитальной СК. Будем считать, что КА находится на околокруговой орбите. Уравнения свободного относительного движения двух тел в цилиндрической орбитальной СК имеют вид [5]:

$$\begin{aligned} D \mathbf{x} &= DV_r, \\ D \mathbf{L} &= DV_L - I Dr, \\ DV_r &= 2I DV_L - I^2 Dr + R_S, \\ DV_L &= -I DV_r + R_T, \\ D \mathbf{z} &= DV_z, \\ DV_z &= -I^2 Dz + R_W, \end{aligned} \quad (10)$$

где $Dr, DL, Dz, DV_r, DV_L, DV_z$ - параметры относительного движения (возмущенного движения субспутника A относительно невозмущенного движения КА B) в цилиндрической орбитальной СК (рис. 9); R_S, R_T, R_W - проекции возмущенного ускорения на мест-

ные радиус-вектор, трансверсаль и бинормаль; $I = \sqrt{\frac{m}{R_0^3}}$ - средняя угловая скорость движения по околокруговой орбите; m - гравитационный параметр Земли, R_0 - большая полуось орбиты КА.

Для большей наглядности представления параметров в уравнениях (10) перейдем к новым переменным [3]:

$$\begin{aligned} Dr_{cp} &= 2 \left(Dr + \frac{1}{I} DV_L \right) \\ DL_{cp} &= DL - \frac{2}{I} DV_L, \\ l &= \sqrt{\frac{(DL - DL_{cp})^2}{4} + (Dr - Dr_{cp})^2}, \\ l_z &= \sqrt{Dz^2 + \left(\frac{DV_z}{I} \right)^2}, \\ j &= \frac{DV_r}{I Dr + 2DV_r}, \\ j_z &= \text{arctg} \frac{I Dz}{DV_z}, \end{aligned} \quad (11)$$

где Dr_{cp} и DL_{cp} - среднее (вековое) смещение субспутника вдоль радиуса орбиты и среднее

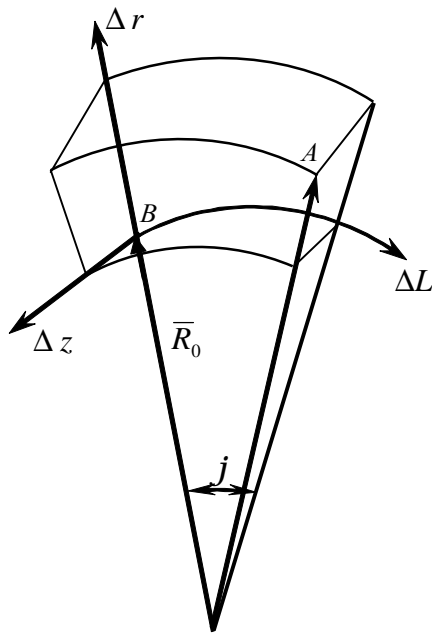


Рис. 9. Цилиндрическая орбитальная система координат

(вековое) смещение субспутника вдоль орбиты соответственно; l - малая полуось эллипса относительного движения; l_z - амплитуда взаимных колебаний КА в бинормальном направлении; j, j_z - углы, характеризующие положение тела на эллипсе относительного движения.

Система (10) для случая свободного пассивного движения допускает решение в квадратурах. С учетом введенных переменных (11) указанное пассивное движение будет описываться соотношениями:

$$\begin{aligned} Dr &= Dr_{cp} - l \cos j, \\ DV_r &= I l \sin j, \\ DV_L &= I \left(\frac{-Dr_{cp}}{2} + l \cos j \right), \\ DL &= 2l \sin j - \frac{3}{2} I r Dr_{cp} + DL_{cp}, \\ DV_z &= I l_z \cos j_z, \\ Dz &= l_z \sin j_z. \end{aligned} \quad (12)$$

Анализ этих соотношений показывает, что траектория свободного относительного движения аппаратов в проекции на плоскость орбиты будет представлять собой эллипс, центр которого движется с постоянной скоростью, определяемой величиной Dr_{cp} , с постоянным соотношением полуосей, равным 2:1. Подставляя соотношения (12) в исходную систему (10), получим уравнения относительного движения в виде:

$$\begin{aligned} D\mathcal{R}_{cp} &= \frac{2}{I} R_r, \\ D\mathcal{L}_{cp} &= -\frac{3}{2} I Dr_{cp} - \frac{2}{I} R_s, \\ \mathcal{L} &= \frac{1}{I} (R_s \sin j + 2R_r \cos j), \\ j\mathcal{L} &= I + \frac{1}{I l} (R_s \cos j + 2R_r \sin j), \\ \mathcal{L}_z &= \frac{1}{I} R_w \cos j_z, \\ j\mathcal{L}_z &= I - \frac{1}{I l_z} R_w \sin j. \end{aligned} \quad (13)$$

Параметры Dr_{cp} , DL_{cp} характеризуют веко-вое относительное движение, параметры l, l_z, j, j_z - периодическое движение КА и субспутника.

Модель движения в форме (13) позволяет провести приближенный качественный анализ начального этапа разворачивания тросовой системы.

Рассмотрим возможную фазовую траекторию относительного движения, получающуюся при отделении субспутника от КА с некоторой начальной длиной троса. Движение субспутника вниз будет происходить под действием разности гравитационных сил, действующих на КА и субспутник.

С учетом $DV_{r0} = 0$, $DV_{L0} = 0$, $Dr_{cp} = \tilde{r}_{cp}$ из анализа первого и второго уравнения системы (13) для параметров относительного движения системы получим $Dr_{cp} = \tilde{r}_{cp}$,

$$DL_{cp} = -\frac{3}{2}l \tilde{r}_{cp} t. \text{ Отсюда следует, что вековое}$$

движение по Dr_{cp} отсутствует, а смещение по

DL_{cp} будет формировать петлеобразную траекторию с постоянным смещением (рис. 10). Из анализа третьего соотношения системы (12) следует, что величина эллипса относительного смещения определится величиной

$$l = l \frac{\tilde{r}_{cp}}{2}.$$

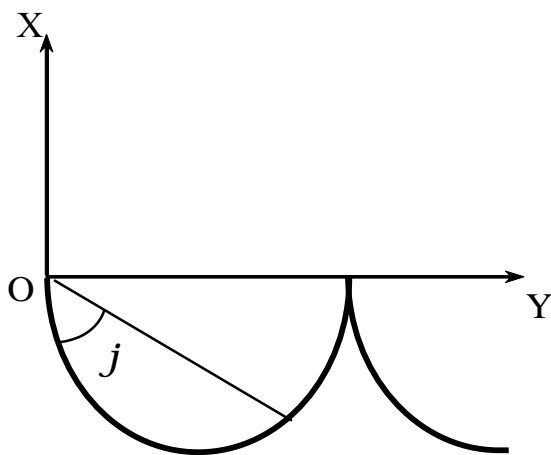


Рис. 10. Траектория относительного движения субспутника при свободном движении с нулевой начальной скоростью

Результаты моделирования показывают, что для различных начальных длин троса можно подобрать такую, при которой в процессе свободного движения субспутник отклонится на максимальный угол ($q \approx 90^\circ$) от вертикали и при этом трос будет полностью размотан. На рис. 11 представлена возможная траектория такого «пассивного» разворачивания. При отсутствии возмущающего воздействия и каких-либо связей и ограничений субспутник достигнет максимального угла отклонения от местной вертикали ровно через виток после отбрасывания от КА. После остановки разворачивания под действием гравитационных сил субспутник начнет колебательное движение в сторону местной вертикали, приобретая приращение вектора скорости $D\bar{V}$, которое позволит осуществить сход с орбиты субспутника и его вход как спускаемой капсулы в верхние слои атмосферы с заданным углом наклона траектории.

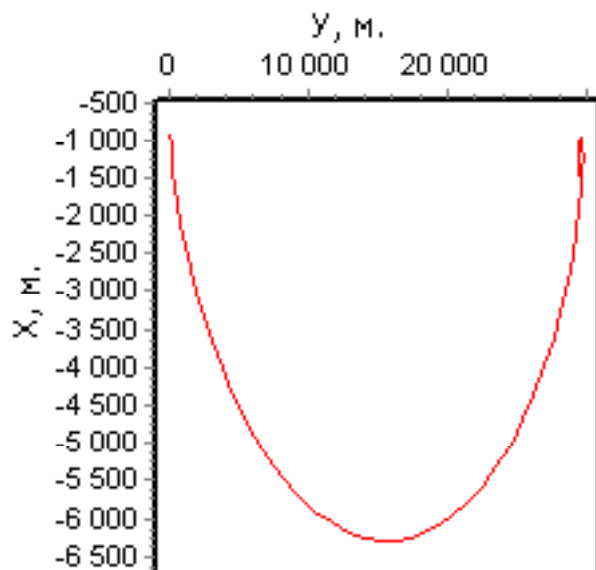


Рис. 11. Возможная траектория движения субспутника при разворачивании без управления

Это обстоятельство можно использовать для вычисления начальных значений сопряженных множителей. Проинтегрировав для случая свободного движения совместно уравнения (1) и (7) от t_K к t_0 с нулевыми конечными значениями сопряженных множителей, получим их начальные значения, которые можно использовать при решении краевой задачи. Затем, изменяя начальные усло-

вия развертывания тросовой системы на некоторую величину, можно каждый раз использовать начальные приближения сопряженных множителей из результатов предыдущего моделирования.

Условия (9) будем использовать для подсчета невязок при решении краевой задачи.

Результаты численных решений задачи представлены на рис. 12. Начало процесса управления показано более плотным расположением точек на графике. При длине троса до 20000 м осуществляется свободное движение без управления, а при длине более 20000 м движение происходит с постоянным уровнем натяжения троса.

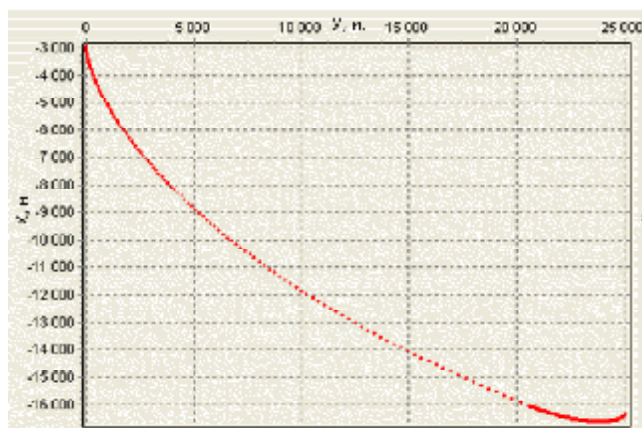


Рис. 12. Траектория движения субспутника

Процесс управления развертыванием является релейным с одним переключением, т. е. начальный отрезок троса отматывается без натяжения, а затем включение постоянного натяжения обеспечивает плавное уменьшение скорости развертывания до нуля.

Полученные решения позволяют сформулировать параметрическую задачу: для различных начальных длин троса подобрать такие значения параметров натяжения T и момента переключения, которые обеспечивали бы выполнение терминальных условий $V_{r_k} = 0, V_{q_k} = 0$, т. е. обеспечивали гашение скорости в конце процесса развертывания. Решение задачи производилось модифицированным методом Ньютона. В качестве начальных значений принимались результаты решения оптимизационной задачи. На рис. 13 по-

казана одна из траекторий, полученных в результате решения параметрической задачи. Моделирование показывает, что маятниковое движение субспутника в направлении местной вертикали происходит с небольшой скоростью, и это обеспечивает благоприятные условия для отрезания троса при прохождении линии местной вертикали, позволяющие провести переход от второй к третьей стадии развертывания с небольшими ошибками.

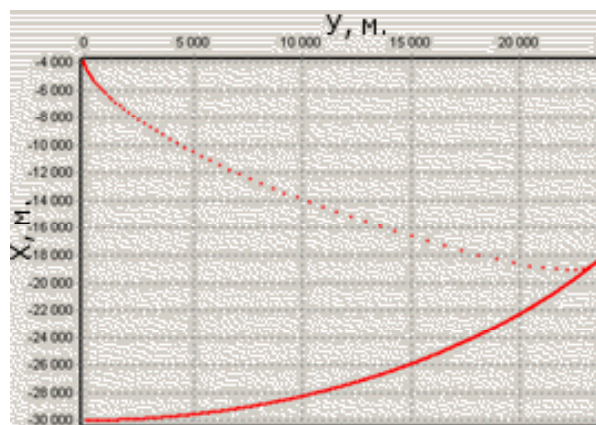


Рис. 13. Траектория движения субспутника до момента отрезания троса

3. На рис. 14 показано направление скорости DV , возникающей за счет маятникового движения на тросе вокруг центра масс системы и обеспечивающей спускаемой капсуле вход в верхние слои атмосферы.

Результирующая скорость движения субспутника после отрезания троса определяется из соотношения [2]:

$$V_1 = \sqrt{V_{op}^2 + DV^2 - 2V_{op}DV \cos(-q_{op})} \quad (\text{рис. 14}).$$

Если принять, что $DV/V_{op} \ll 1$, то $V_1 \approx V_{op} - DV \cos(-q_{op})$, где V_{op} - орбитальная скорость субспутника с учетом связи. Эта величина определяется как $V_{op} = V_{op}^{баз} - V_{op}^{субсп}$.

Здесь $V_{op}^{баз} = \omega r_{op}$ - скорость, которую имел бы субспутник, находясь на высоте КА (ω - угловая скорость обращения центра масс связки по орбите). Скорость, которую имеет субспутник, находясь на более низкой орбите по сравнению с центром масс тросовой системы:

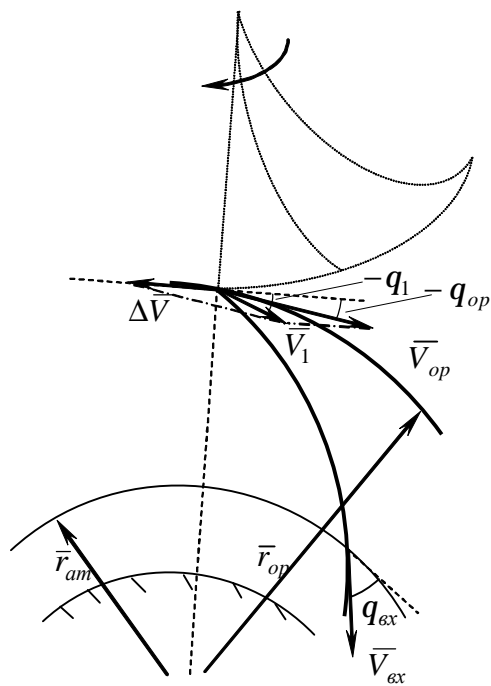


Рис. 14. К определению параметров входа в атмосферу спускаемой капсулы

$$V_{op}^{субсп} = \left(\sqrt{\frac{m}{r_{op}^3}} - \sqrt{\frac{m}{(r_{op} + l_{mp})^3}} \right) r_{op},$$

где l_{mp} - полная длина троса.

Угол наклона траектории q_1 определится как

$$q_1 = q_{op} - \arctg \frac{DV \sin(-q_{op})}{V_{op} - DV \cos(-q_{op})}.$$

Приближенно можно считать:

$$q_1 = q_{op} - \frac{DV}{V_{op}} \sin(-q_{op}).$$

Из интегралов энергии и площадей следует: $V^2 - \frac{2m}{R} = V_1^2 - \frac{2m}{r_{op}},$

В итоге можно получить искомые соотношения для расчета скорости и угла наклона траектории при входе в атмосферу:

$$VR \cos q = V_1 r_{op} \cos q_1.$$

$$V_{ex} = \sqrt{V_1^2 + 2m \left(\frac{1}{r_{am}} - \frac{1}{r_{op}} \right)},$$

$$q_{ex} = \arccos \frac{V_1 r_{op} \cos q_1}{V_{ex} r_{am}}.$$

Результаты моделирования показывают, что начальная длина троса оказывает существенное влияние на время и максимальную скорость в процессе разворачивания (рис. 15). С точки зрения затрачиваемого времени начинать процесс разворачивания лучше с большей начальной длины троса. Однако высокая скорость размотки троса может при этом выходить за технические ограничения, накладываемые на механизм размотки в целом или его узлы и агрегаты.

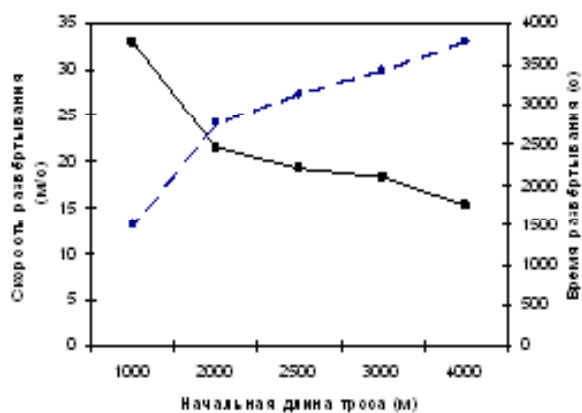


Рис. 15. Зависимость времени и максимальной скорости разворачивания от начальной длины троса

Главным условием вывода спускаемой капсулы в заданную область посадки является обеспечение необходимых условий входа в атмосферу на высоте 120 км. На рис. 16 и 17 приведены значения параметров входа капсулы в атмосферу при разворачивании с различными длинами троса.

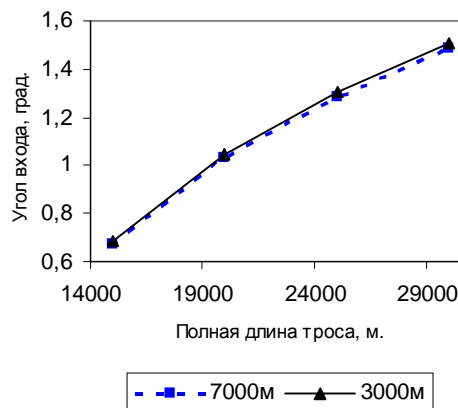


Рис. 16. Зависимость угла входа в атмосферу от длины троса

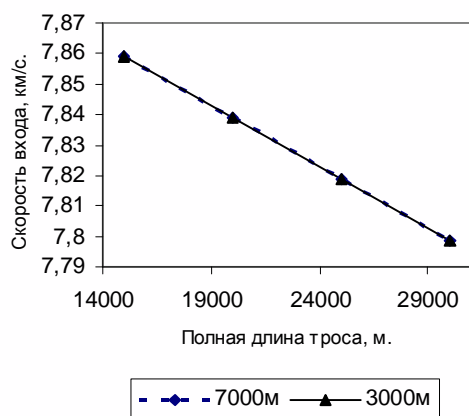


Рис. 17. Зависимость скорости входа в атмосферу от длины троса

Из рисунков следует, что начальная длина троса (и как следствие, максимальный угол отклонения субспутника от местной вертикали) несущественно влияет на параметры входа V_{ex} , q_{ex} . Поэтому, варьируя ее, будет довольно сложно добиться выполнения заданных значений параметров. Гораздо более существенное влияние на параметры входа в атмосферу оказывает полная длина троса, т. е. высота, на которой находится субспутник в момент отрезания троса.

В работе [6] рассмотрен процесс развертывания тросовой системы по аналогичной

схеме. Предложенный закон (6) позволяет использовать для обеспечения указанных в [6] условий входа спускаемой капсулы в атмосферу трос длиной 19,5 км.

Список литературы

1. Белецкий В. В. Левин Е. М. Динамика космических тросовых систем. – М.: Наука, 1990.
2. Сихарулидзе Ю. Г. Баллистика летательных аппаратов. – М.: Наука, 1982.
3. Ишков С. А. Сближение космических аппаратов с малой тягой на околокруговых орбитах. // Космические исследования. Т.30, №2, 1992. - С. 165-179.
4. Rupp C. C. (NASA-TM-X-64963) A tether tension control law for tethered subsatellites deployed along local vertical (NASA), NASA TECHNICAL MEMORANDUM.
5. Эльясберг П. Э. Введение в теорию полета искусственных спутников земли. – М.: Наука, 1965.
6. Zimmermann F., Ulrich M. S., Messerschmid E. Optimization of the tether-assisted return mission of a guided re-entry capsule. Aerospace Science and Technology 9 (2005) 713-721.