

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ ДЛЯ МАГИСТРАЛЬНОГО НЕФТЕПРОВОДА

© 2006 С. Н. Перов, Ю. В. Скворцов, К. А. Цапурин

Самарский государственный аэрокосмический университет

Дано решение задачи статистической динамики, которое является одним из ключевых моментов в оценке надежности магистральных трубопроводов, и проведено сравнение двух численных методов: статистических испытаний и интерполяционных полиномов.

В работе [1] представлена методика оценки вероятности безотказной работы трубопроводных систем различного назначения, одним из ключевых моментов которой является решение задачи статистической динамики. Для линейной части магистрального трубопровода данная задача решается с учетом того, что трубопровод во время эксплуатации испытывает нагрузки и воздействия, которые в общем случае представляют собой пространственно-временные функции.

Рассматривается участок реального магистрального подземного нефтепровода в районе перехода через реку, схема которого показана на рисунке 1. Исходные данные для анализа напряженно-деформированного состояния трубопровода представлены в таблице 1. Физико-механические и конструктивные

параметры труб, используемых при прокладке данного участка, приведены в таблице 2.

Расчет напряженно-деформированного состояния трубопровода выполняется по программе AutoPIPE с использованием стандарта на нефтепроводы ASME B31.4. Он позволяет выявить наиболее опасное сечение, в котором коэффициент отношения расчетного напряжения к допускаемому достигает наибольшего значения (рис. 1).

Проведено сравнение двух численных методов решения задачи статистической динамики: метода статистических испытаний [2] и метода интерполяционных полиномов [3]. В качестве входных случайных параметров выбираются те величины, которые оказывают наибольшее влияние на напряженно-деформированное состояние конструкции:

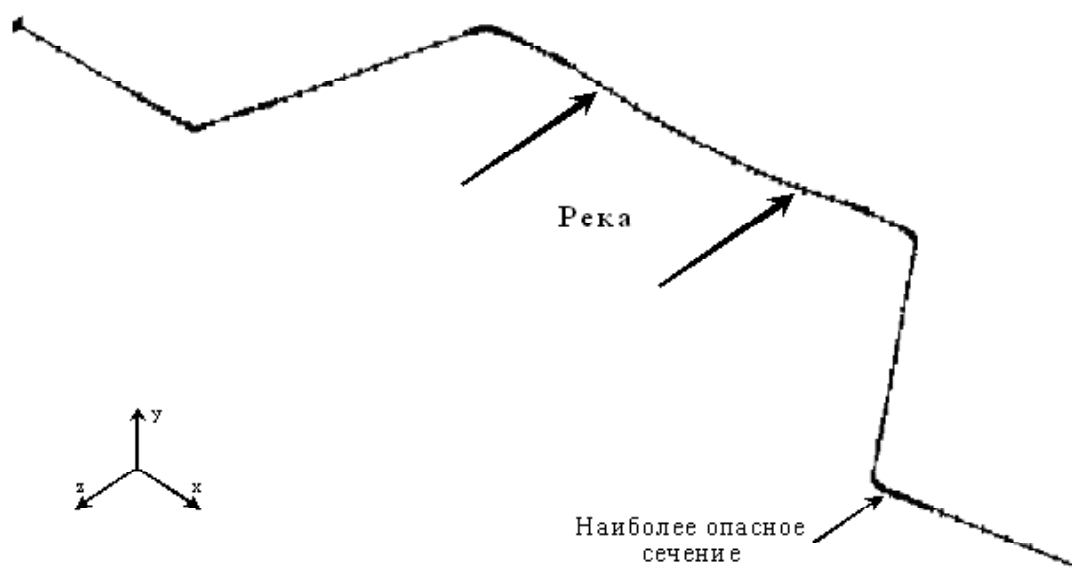


Рис. 1. Расчетная схема трубопровода

Таблица 1
Исходные данные

Общие характеристики системы		Характеристики материала трубопровода	
Рабочее давление	$P = 4,5 \text{ МПа}$	Плотность	$r = 7850 \text{ кг/м}^3$
Температурный перепад	$\Delta t = 45^\circ\text{C}$	Коэффициент линейного расширения	$a = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$
Плотность продукта	$r_{\text{прод}} = 800 \text{ кг/м}^3$	Модуль упругости	$E = 2,06 \cdot 10^5 \text{ МПа}$
		Коэффициент Пуассона	$m = 0,3$

Таблица 2
Физико-механические и конструктивные параметры трубопровода

№ п/п	Наружный диаметр D , мм	Толщина стенки d , мм	Материал трубы	Нормативное временное сопротивление s_s , МПа	Нормативный предел текучести s_t , МПа
1	1016	12,3	X - 65	561	482
2	1016	15,3	X - 65	566	456
3	1016	20,1	X - 70	592	487
4	1016	20,1	X - 65	592	487
5	1016	14	17Г1С - У	510	363

рабочее давление, температура, толщина стенки, модуль упругости материала трубы. Параметры распределения выбранных случайных величин приведены в таблице 3. За функцию качества системы принимается обычно эквивалентное напряжение, определяемое по одной из теорий прочности. В рассматриваемом случае за параметры качества выбраны напряжение по Мизесу (или эквивалентное напряжение по теории прочности энергии формоизменения) и нормативное эквивалентное напряжение по стандарту ASME B31.4.

Прежде чем производить расчет напряженно-деформированного состояния трубопровода, необходимо убедиться в том, что характер распределения входных случайных величин, полученных с помощью датчика псевдослучайных чисел, в действительности соответствует заданным законам распределения.

Для этого используется критерий согласия – критерий χ^2 Пирсона. Мера расхождения между гипотетическим и статистическим

распределениями определяется соотношением

$$c^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}, \quad (1)$$

$i = 1, 2, 3, \dots, k$, где n - число опытов, n_i - число значений в i -м разряде ($i = 1, 2, 3, \dots, k$), p_i - вероятность попадания случайной величины в i -й разряд.

Гистограммы входных случайных параметров, полученных на ЭВМ с помощью датчика случайных чисел, представлены на рисунке 2.

Составлены таблицы, по которым можно для каждого известного значения χ^2 определить соответствующие вероятности \tilde{p} . Если вероятность \tilde{p} очень мала и не превосходит выбранного значения «уровня значимости» $a = 0,4$ (событие с вероятностью a считается практически невозможным), то опытные данные противоречат гипотезе о том, что

Таблица 3
 Параметры распределения

№	Случайный параметр	Закон распределения	Параметры распределения
1	Рабочее давление P	Нормальный	Математическое ожидание $\langle P \rangle = 4,6 \text{ МПа}$ Среднее квадратичное отклонение $S_p = 0,2 \cdot \langle P \rangle$
2	Температурный перепад Δt	Равномерный	Минимальное значение $\Delta t_{\min} = 35^\circ \text{C}$ Максимальное значение $\Delta t_{\max} = 55^\circ \text{C}$
3	Толщина стенки трубы d	Нормальный	Математическое ожидание $\langle d \rangle = 14 \text{ мм}$ Среднее квадратичное отклонение $S_d = 0,05 \cdot \langle d \rangle$
4	Модуль упругости материала трубы E	Равномерный	Минимальное значение $E_{\min} = 1,90 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ Максимальное значение $E_{\max} = 2,22 \cdot 10^5 \text{ МПа}$

случайные величины имеют предложенные распределения. В противном случае выбранную гипотезу можно считать правдоподобной.

В таблице 4 представлены значения распределения χ^2 , вычисленные с использовани-

ем формулы (1) для каждой исходной измеряемой величины, и значения соответствующих вероятностей \tilde{p} , взятые из таблиц Пирсона [2]. Из нее следует, что вероятности \tilde{p} превосходят уровень значимости. Следова-

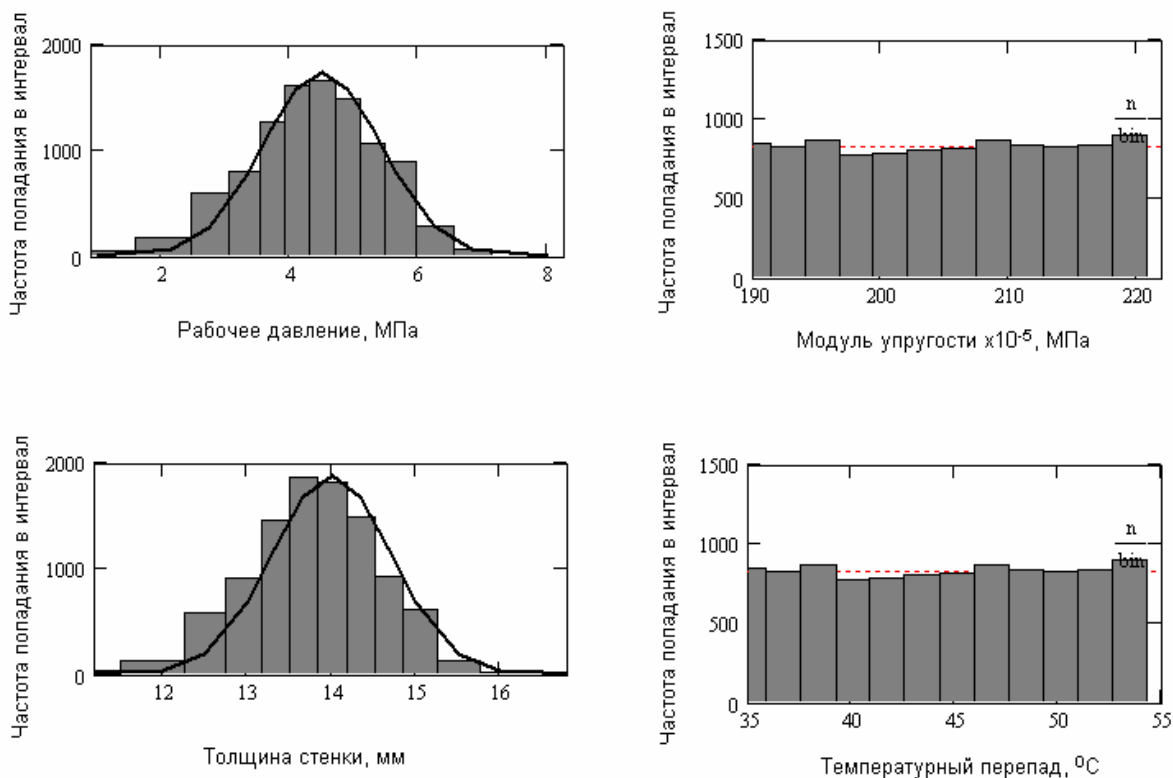


Рис. 2. Гистограммы распределения исходных данных

Таблица 4

Значения χ^2 и \tilde{p} для входных параметров

	Давление, P	Толщина, d	Температура, t	Модуль упругости, E
Значение χ^2	10,01	9,94	9,25	8,24
Значение \tilde{p}	0,42	0,43	0,51	0,58

тельно, расхождения между теоретическими и гипотетическими распределениями, полученными на ЭВМ с помощью датчика случайных чисел, несущественны. Выдвинутые гипотезы о нормальности (давление и толщина) и равномерности (температура и модуль упругости) распределения случайных величин можно считать достоверными.

Для определения вероятностных характеристик выходных параметров воспользуемся методом статистических испытаний (или методом Монте-Карло), суть которого заключается в моделировании системы с учетом реальных условий и случайного характера входного процесса.

Пусть нелинейная система описывается уравнениями вида

$$\frac{du_j}{dt} = f_x(t, u_1, u_2, \dots, u_n, q_1, q_2, \dots, q_m), \quad (2)$$

где $u_j(t)$ - выходные параметры системы, $q_j(t)$ - случайные внешние воздействия с известными вероятностными характеристиками.

Решение задачи заключается в том, что для каждого блока конкретных реализаций внешних воздействий $q_j(t)$, которые выбираются из совокупности возможных значений, интегрируется уравнение (2) и определяются реализации выходного процесса $u_j(t)$. В рассматриваемой задаче блок внешних воздействий составляют четыре параметра системы, которые носят случайный характер: давление, толщина стенки, температура, модуль упругости. Следует отметить, что каждая реализация воздействия на трубопровод получается с учетом взаимного влияния и сочетаемости перечисленных выше

случайных параметров. Для каждой реализации определяется напряженно-деформированное состояние в наиболее опасном сечении. Дифференциальное уравнение решается n раз, и, следовательно, имеется n реализаций выходного процесса.

Далее проводится статистическая обработка полученных результатов, определяются оценки математического ожидания m_u^* , дисперсии D_u^* и среднеквадратического отклонения s_u^* каждого выходного процесса системы:

$$\begin{aligned} m_u^*(t) &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n u_j(t); \\ D_u^*(t) &= \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (u_j - m_u^*)^2; \\ s_u^*(t) &= \sqrt{D_u^*(t)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение, определенные методом Монте-Карло при различном числе реализаций, представлены в таблице 5.

На рисунке 3 приведены гистограммы эквивалентных напряжений, построенные для 700 реализаций. Из него следует, что законы распределения близки к нормальному. Следует также отметить, что при увеличении числа реализаций более 100 оценки математического ожидания и среднего квадратического отклонения изменяются всего на 0,5 %, что отражено на графиках (рис. 4, 5).

По критерию χ^2 Пирсона определим, действительно ли значения напряжений по Мизесу и нормативных напряжений имеют вероятностные характеристики нормального закона распределения.

Таблица 5
Метод статических испытаний

Число реализаций	Напряжение по Мизесу		Нормативное напряжение	
	Математическое ожидание, МПа	Среднее квадратическое отклонение, МПа	Математическое ожидание, МПа	Среднее квадратическое отклонение, МПа
100	217,3	29,0	243,9	30,2
200	219,6	27,9	246,5	29,4
300	221,1	27,4	247,9	28,7
400	219,8	28,4	246,7	29,8
500	219,5	28,7	246,5	30,2
600	218,3	28,1	245,3	29,6
700	218,3	27,9	245,3	29,4

В таблице 6 приведены значения распределения χ^2 для каждой измеряемой величины, а также табличные значения соответствующих вероятностей \tilde{p} [2].

Можно сделать вывод о том, что предположенная гипотеза о нормальном законе распределения выходных параметров системы

(напряжение по Мизесу, нормативное напряжение) не противоречит полученным данным.

Метод интерполяционных полиномов позволяет избежать большого объема вычислений, требующихся при использовании методов статистической обработки и оценки, и позволяет получать вполне удовлетворитель-

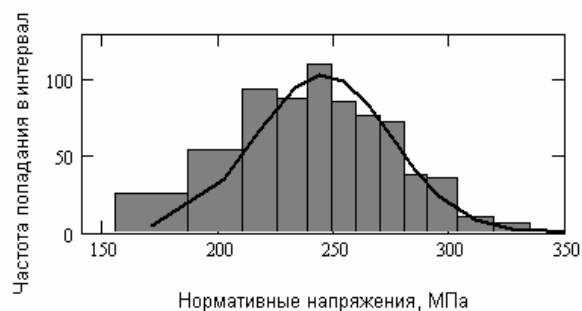
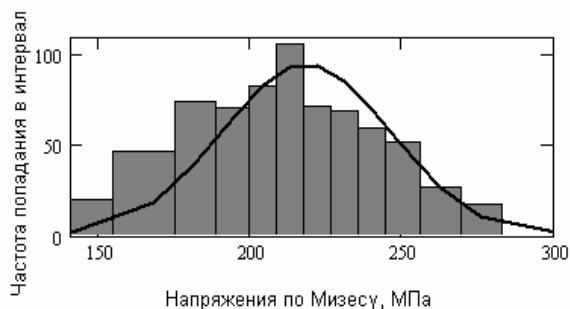


Рис. 3. Гистограммы эквивалентных напряжений

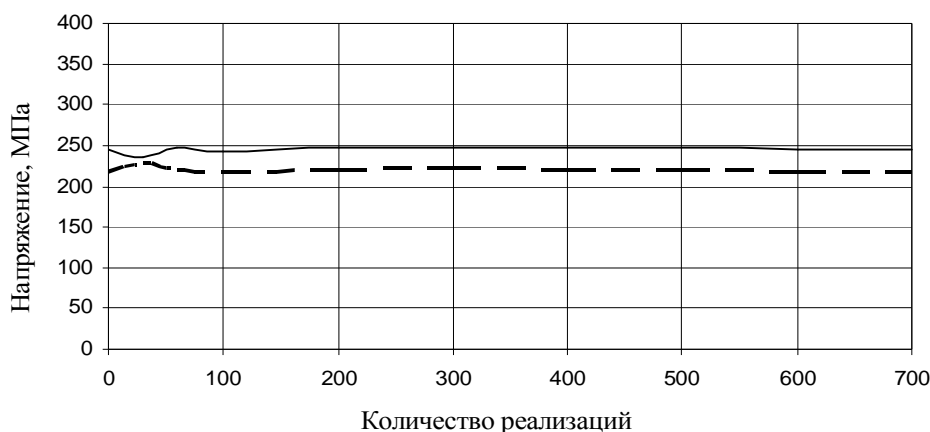


Рис. 4. Математическое ожидание выходных параметров системы:
- - - напряжение по Мизесу — нормативное напряжение

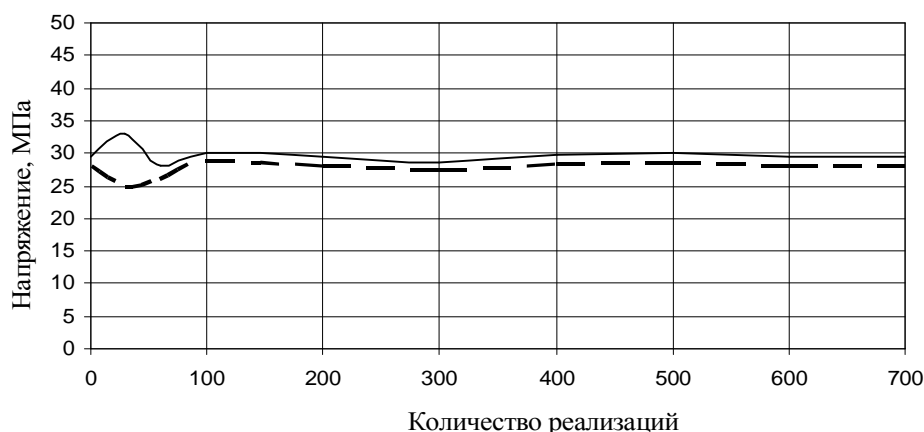


Рис. 5. Среднее квадратическое отклонение выходных параметров системы:
 - - - - напряжение по Мизесу — нормативное напряжение

ные результаты при достаточно малом числе реализаций. Пусть поведение системы описывается системой уравнений (2). Требуется по заданной системе (2) и известным характеристикам случайных входных параметров определить вероятностные характеристики выходных параметров.

Формулы для расчета математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения выходных процессов запишутся в виде

$$m_i(t) \approx \sum_{k_1, k_2, \dots, k_m} u_i(t, q_{1k_1}, q_{2k_2}, \dots, q_{mk_m}) \cdot \prod_{j=1}^m r_{kj} \quad (4)$$

$(i = 1, 2, \dots, n);$

$$D_i(t) \approx \sum_{k_1, k_2, \dots, k_m} [u_i(t, q_{1k_1}, q_{2k_2}, \dots, q_{mk_m}) - \langle u_i \rangle]^2 \cdot \prod_{j=1}^m r_{kj};$$

$$s_i(t) = \sqrt{D_i(t)},$$

где r_{kj} - числа Кристоффеля, значения которых определяются в зависимости от закона

распределения входной случайной величины и числа узлов интерполирования в соответствии с таблицами, представленными в [3], или с помощью y -преобразования, q_{jk_j} - узлы интерполяции, значения которых выбираются в зависимости от входного случайного параметра и заданного количества числа узлов интерполирования.

Количество узлов интерполирования определяется таким образом, чтобы разница между предыдущим и последующим результатами расчета не превышала некоторого установленного допустимого значения.

В таблице 7 приведены результаты, полученные при выборе по два и по три узла интерполяции для каждой входной случайной величины. Следует отметить, что уже при 16 реализациях наблюдается хорошее соответствие с результатами, полученными методом Монте-Карло.

Проведенный по результатам расчетов анализ позволяет сделать вывод о том, что при оценке надежности трубопроводных систем различного назначения решение задач статистической динамики целесообразно прово-

Таблица 6
 Значения χ^2 и \tilde{p} для выходных параметров

	Напряжение по Мизесу	Нормативное напряжение
Значение χ^2	9,66	9,34
Значение \tilde{p}	0,48	0,50

Таблица 7
Метод интерполяционных полиномов

Число узлов	Напряжение по Мизесу		Нормативное напряжение	
	Математическое ожидание, МПа	Среднее квадратическое отклонение, МПа	Математическое ожидание, МПа	Среднее квадратическое отклонение, МПа
2×2×2×2	217,1	28,6	243,9	29,9
3×3×3×3	217,1	28,3	243,8	29,7

дить методом интерполяционных полиномов, который на порядок сокращает необходимое количество интегрирований уравнений системы в сравнении с методом статистических испытаний (метод Монте-Карло), сохраняя при этом требуемую точность получаемых результатов.

Список литературы

1. Тарасов Ю. Л., Перов С. Н., Логвинов С. Л. Методика оценки вероятности бе-

зотказной работы трубопроводных систем.// Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. - 2003. -№1. - С. 111-119.

2. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и её инженерные приложения. – М.: Наука, 1988.

3. Чернецкий В. И. Анализ точности нелинейных систем управления. – М.: Машиностроение, 1968.