

ЗАРЯД МЕНИСКА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ НА ВЫСОКОВОЛЬТНОМ ИГОЛЬЧАТОМ ЭЛЕКТРОДЕ

© 2006 С. М. Шепелев, Н. Д. Семкин

Самарский государственный аэрокосмический университет

Проведен расчет напряженности электрического поля и заряда на поверхности и в объеме мениска диэлектрической жидкости на высоковольтном игольчатом электроде с учетом влияния поверхностного заряда на результирующее поле.

Процесс электродиспергирования жидкости широко применяется от электро-капель-струйных регистрирующих устройств до научных приборов, создаваемых для изучения веществ в экстремальных состояниях.

В настоящее время для лабораторного исследования воздействия высокоскоростных частиц космической пыли на элементы конструкции космического аппарата (КА) используются ускорители твердых частиц, в основу которых положено ускорение заряженных твердых частиц в электростатическом поле.

Для изучения влияния на элементы конструкции КА жидких частиц разработан инжектор диэлектрических жидких частиц, состоящий из гидродинамического насоса, капилляра с игольчатым электродом, ускоряющего электрода, системы фокусировки.

В мениске диэлектрической жидкости на конце капилляра при высокой напряженности электрического поля образуется заряд. Действующие на него кулоновские силы приводят к разрушению капли, к отрыву частицы жидкости от мениска [1].

Критерий отрыва частицы от мениска записывается следующим образом:

$$W_{\text{пн}} + W_{\text{э}} = 0, \quad (1)$$

где $W_{\text{пн}} = \int_S a dS$ - поверхностная энергия,

$$W_{\text{э}} = \frac{1}{2} \int_S s_e(\mathbf{r}) j(\mathbf{r}) dS + \frac{1}{2} \int_V r_e(\mathbf{r}) j(\mathbf{r}) dV -$$

энергия взаимодействия поверхностного и объемного заряда с внешним полем,

s_e - поверхностная плотность заряда на поверхности диэлектрической жидкости, r - объемный заряд в диэлектрической жидкости.

При этом необходимо учитывать, что при диспергировании изменение системы энергии должно быть минимальным.

Таким образом, важной задачей при исследовании электродиспергирования жидкости является определение напряженности поля и распределения заряда.

В слабопроводящих средах под влиянием сильных неоднородных электрических полей возникает конвективное движение. Объяснение этого явления основано на том, что в слабопроводящей среде с неоднородным распределением параметров (плотности, температуры, напряженности электрического поля) образуется объемный заряд, определяемый градиентом проводимости среды [2]. Механизм проводимости жидких диэлектриков, как и водных электролитов, носит ионный характер, а ионообразование происходит вследствие термической самодиссоциации примесных ионов. Наряду с электрокондуктивным механизмом зарядообразования заряд в приэлектродных областях может появиться вследствие перехода электрона через границу «электрод-жидкий диэлектрик» (ионизационно-рекомбинационный механизм). Ионообразование может происходить в результате приэлектродных реакций, причем у каждого из электродов возникает заряд одноименного с ним знака [3].

В работах [4, 5, 6] при изучении объемного заряда в слабопроводящих жидкостях отмечается хорошее экспериментальное согласие с моделью проводимости Френкеля [7].

В области высокой напряженности электрического поля, в соответствии с моделью Френкеля, проводимость диэлектрика задается соотношением

$$s = s_0 \exp \frac{e^{3/2} E^{1/2}}{(pe)^{1/2} kT}. \quad (2)$$

Рассмотрим систему электродов, пространство между которыми заполнено вакуумом. Игольчатый электрод покрыт слоем диэлектрической жидкости.

Градиент проводимости обусловлен неоднородностью электрического поля и неоднородностью среды. На границе раздела жидкий диэлектрик-вакуум проводимость скачкообразно изменяется. Будем искать заряд диэлектрической жидкости на игольчатом электроде как объемный заряд жидкости и поверхностный заряд на границе раздела двух сред жидкость-вакуум.

Объемный заряд в жидкости будем находить в соответствии с [6], решая совместно систему уравнений сохранения заряда и закона Гаусса:

$$\operatorname{div} \left(sE + r_e \dot{V} + \frac{\partial}{\partial t} (e_0 E + P) \right) = 0, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} (e_0 \dot{E} + \dot{P}) = r_e. \quad (4)$$

Сделав допущение, что жидкость поляризуется линейно (изменение μ , измеренное в полях до 10 кВ/мм, у различных жидкостей не более 1 %) [8], получим уравнение

$$\frac{\partial r_e}{\partial t} = - \left(\frac{s}{e} r_e + E \operatorname{grad} s \right). \quad (5)$$

Решая его при начальных условиях $r|_{t=0} = 0$, получим

$$r_e = - \frac{e}{s} A \left(1 - \exp \left(- \frac{s}{e} t \right) \right), \quad (6)$$

где $A = \dot{E} \operatorname{grad} s$.

Получим в установившемся режиме

$$r_{ey} = - \frac{e}{s} E \operatorname{grad} s. \quad (7)$$

Заряд на границе раздела обусловлен током в жидком диэлектрике:

$$\frac{\partial s_{GP}}{\partial t} = j|_{GP} = (sE)|_{GP}. \quad (8)$$

Пренебрегая влиянием объемного заряда, в приближении к квазистационарности процесса решаем задачу электростатики с граничными условиями на краю ускоряющего электрода, на краю игольчатого электрода и на границе раздела двух диэлектриков (жидкость-вакуум), на которой имеется поверхностный заряд s_e .

Так как результаты аналогового моделирования электростатических полей реальных электродных систем в электролитической ванне по методу К. С. Демирчяна [9] показали, что изменение диаметра отверстия ускоряющего электрода в широком диапазоне не оказывает заметного влияния на распределение напряженности поля в непосредственной близости от кончика иглы, этим влиянием можно пренебречь. Так как диаметр ускоряющего электрода много больше диаметра острия, рассмотрим систему электродов игла-плоскость.

Расчетную модель системы электродов удобно представить в виде софокусных гиперболоидов вращения. Одним из них, наиболее узким, аппроксимируется игольчатый электрод, вторым - поверхность жидкости, а третьим (вырожденным в плоскость) - ускоряющий электрод, не имеющий отверстий.

Система симметрична в цилиндрических координатах по углу, поэтому задача решается на плоскости. Потенциал электрического поля в области между границей жидкости и ускоряющим электродом и в области между границей жидкости и игольчатым электродом является гармоническим, и поэтому в этих областях можно построить аналитическую функцию комплексной переменной: $f(z) = V(x, y) + iU(x, y)$.

Рассмотрим электростатическую задачу в комплексной плоскости z (рис. 1).

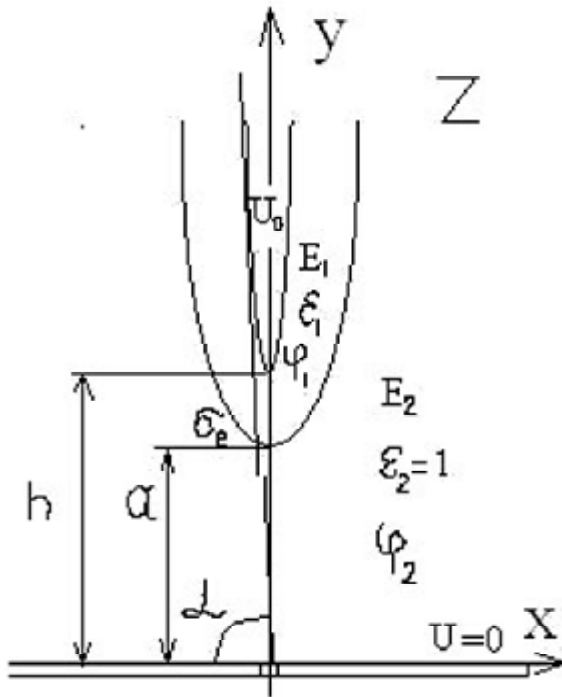


Рис. 1. Схема системы электродов в плоскости Z

Комфортное преобразование гиперболамида над плоскостью (рис. 1) в плоский бесконечный конденсатор (рис. 2) выглядит следующим образом [10]:

$$w = \frac{h}{a} \ln \left(\frac{z \sin a}{h} + \sqrt{\frac{z^2 \sin^2 a}{h^2} + 1} \right). \quad (9)$$

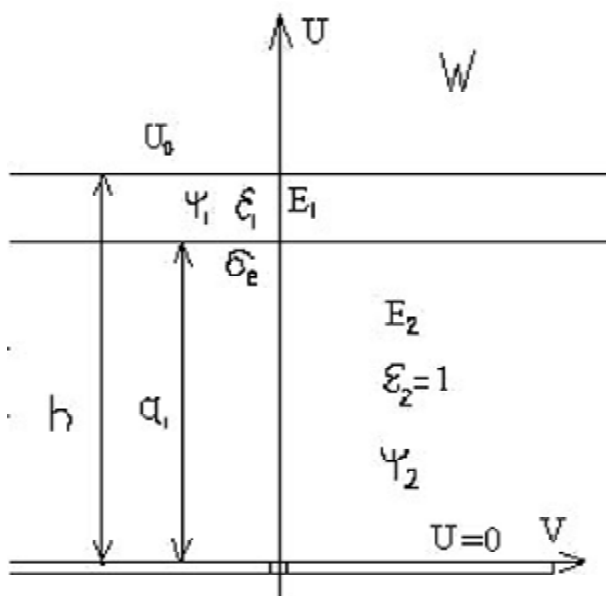


Рис. 2. Схема системы электродов в плоскости W

Определим поле плоского бесконечного конденсатора, между обкладками которого на границе раздела диэлектрика и вакуума заряд распределен с поверхностной плотностью s_e . Для этого будем решать совместно уравнения Лапласа для y_1 и y_2 при граничных условиях: $y_1(h) = U_0$, $y_2(0) = 0$, $e_0 E_2 - e_0 e_1 E_1 = s_e$.

Выражения для комплексного потенциала в W плоскости выглядят следующим образом:

$$y_1 = \frac{U_0 - a_1 \frac{s_e}{e_0}}{K} (w - h) + U_0, \quad (10)$$

$$y_2 = \left(e_1 \frac{U_0 - a_1 \frac{s_e}{e_0}}{K} + \frac{s_e}{e_0} \right) w, \quad (11)$$

где $K = (e_1 - 1)a_1 + h$ - коэффициент, характеризующий параметры слоя диэлектрической жидкости.

Расстояние от ускоряющего электрода до поверхности жидкости a_1 нетрудно вычислить из уравнения эквипотенциальных линий:

$$\left(\frac{y}{\frac{h}{\sin a} \sin \frac{aU}{U_0}} \right)^2 - \left(\frac{x}{\frac{h}{\sin a} \cos \frac{aU}{U_0}} \right)^2 = 1. \quad (12)$$

Из (12) получим

$$a_1 = \frac{h}{a} \arcsin \frac{a \sin a}{h}. \quad (13)$$

Решая (8) совместно с (10), получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial s_e}{\partial t} = s_1 \frac{U_0}{K} - \frac{s_1 a_1 s_e}{e_0 K}, \quad (14)$$

$$\text{где } s_1 = s_0 \exp \frac{e^{3/2} U_0^{1/2}}{(K \rho e_1)^{1/2} kT}.$$

Решая уравнение (14), получим

$$s_e = \frac{e_0 U_0}{a_1} \left(1 - \exp\left(-\frac{s_1 a_1 t}{e_0 K}\right) \right). \quad (15)$$

С учетом (15) уравнения (10) и (11) перепишутся:

$$y_1 = \frac{U_0}{K} \exp\left(-\frac{s_1 a_1 t}{e_0 K}\right) (w-h) + U_0 = A(t)(w-h) + U_0, \quad (16)$$

$$y_2 = \left[e_1 \frac{U_0}{K} \exp\left(-\frac{s_1 a_1 t}{e_0 K}\right) + \frac{U_0}{a_1} \left(1 - \exp\left(-\frac{s_1 a_1 t}{e_0 K}\right) \right) \right] w = B(t)w. \quad (17)$$

Из теории конформного преобразования известно [11]:

$$E = E_x + iE_y = -i \frac{\partial j}{\partial z}. \quad (18)$$

Сделав преобразование в плоскость Z с помощью (9), из уравнений (16) и (17) получим комплексный потенциал системы электродов гиперboloид - плоскость со слоем жидкости на гиперboloиде (игле). Продифференцируем его:

$$\frac{\partial j_1}{\partial z} = A(t) \left(\frac{h \sin a}{a \sqrt{z^2 \sin^2 a + h^2}} \right), \quad (19)$$

$$\frac{\partial j_2}{\partial z} = B(t) \left(\frac{h \sin a}{a \sqrt{z^2 \sin^2 a + h^2}} \right). \quad (20)$$

Из (18), (19) и (20) получим выражения для модуля напряженности электрического поля:

$$|\bar{E}_1| = A(t) \left(\frac{h}{a} \right) \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{h^2}{\sin^2 a} + r^2 - z^2 \right)^2 + 4r^2 z^2}}, \quad (21)$$

$$|\bar{E}_2| = B(t) \left(\frac{h}{a} \right) \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{h^2}{\sin^2 a} + r^2 - z^2 \right)^2 + 4r^2 z^2}}. \quad (22)$$

Зависимости напряженности электрического поля на оси z в жидком диэлектрике (в трансформаторном масле при $h = 0,03$ м, толщине диэлектрика 10^{-5} м, угле $a = 99^\circ$ и $U_0 = 1000$ В) на кончике острия от времени, от расстояния между игольчатым электродом и ускоряющим, от толщины слоя диэлектрической жидкости приведены на рис. 3, 4, 5, соответственно.

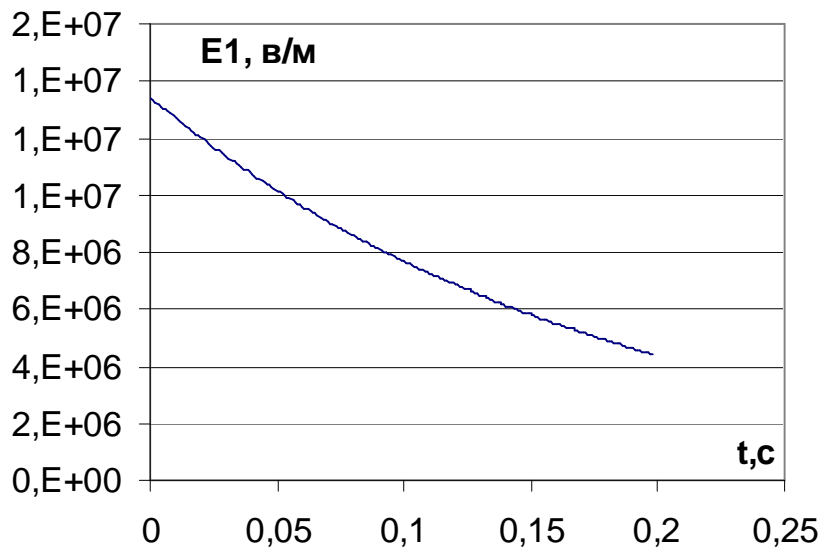


Рис. 3. Зависимость напряженности E_1 у острия иглы от времени

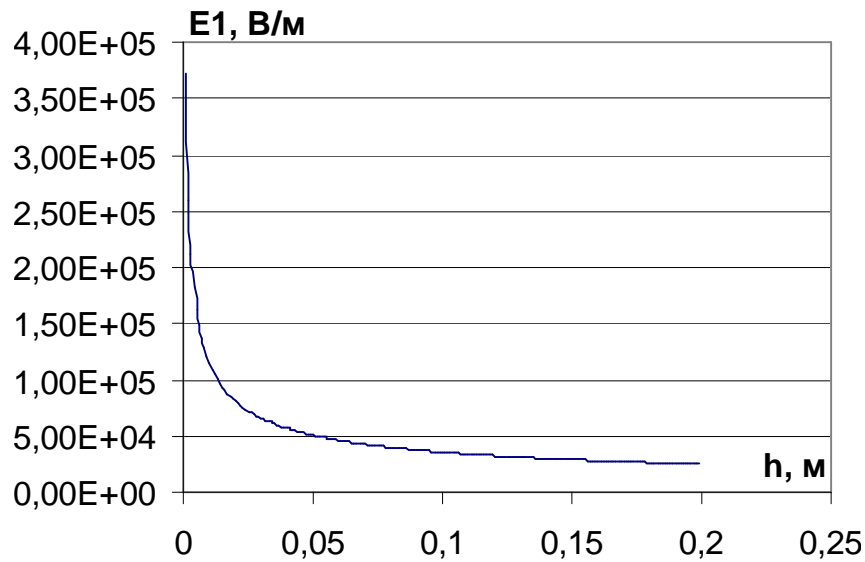


Рис. 4. Зависимость напряженности E_1 у острия иглы от расстояния между иглой и ускоряющим электродом

Исходя из того, что поверхностный заряд обусловлен скачком нормальной составляющей электрической индукции $e_0 E_2 - e_0 e_1 E_1 = s_e$, получим значение истинного поверхностного заряда s_{eu} :

$$s_{eu} = \frac{e_0 h U_0}{a_1 a} \left(1 - \exp\left(-\frac{s_1 a_1 t}{e_0 K}\right) \right) \times \sqrt[4]{\frac{1}{\left(\frac{h^2}{\sin^2 a} + r^2 - z^2\right)^2 + 4r^2 z^2}}, \quad (23)$$

где r и z координаты точек, лежащих на поверхности жидкости.

На рис. 6 показана зависимость плотности заряда на поверхности мениска диэлектрической жидкости (в трансформаторном масле при $h = 0,03$ м, толщине диэлектрика 10^{-5} м, угле $a = 99^\circ$ и $U_0 = 1000$ В) при $r = 0$ (на оси z) от времени.

Из (7) и (21), учитывая, что вектор напряженности и градиент проводимости противоположно направлены, и пренебрегая временем релаксации заряда, получим выражение для объемного заряда в диэлектрической

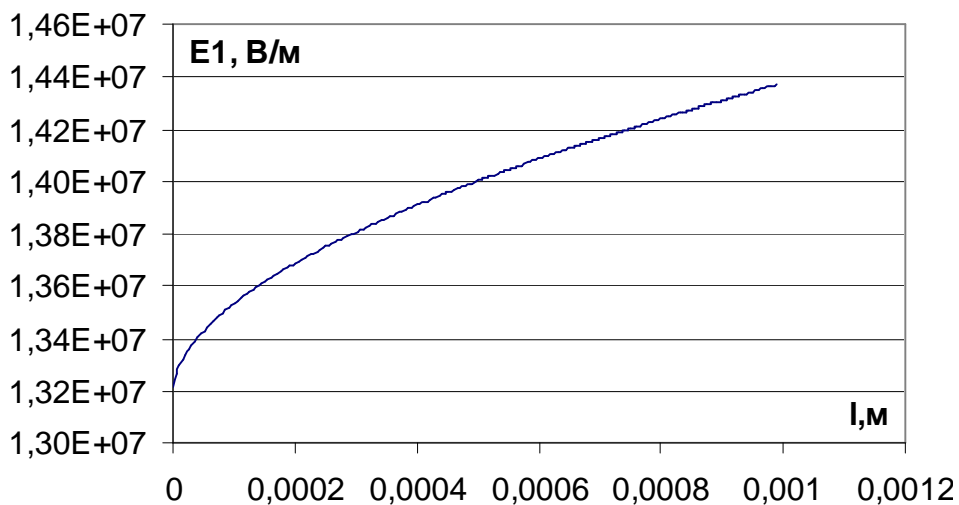


Рис. 5. Зависимость напряженности E_1 у острия иглы от толщины слоя диэлектрика

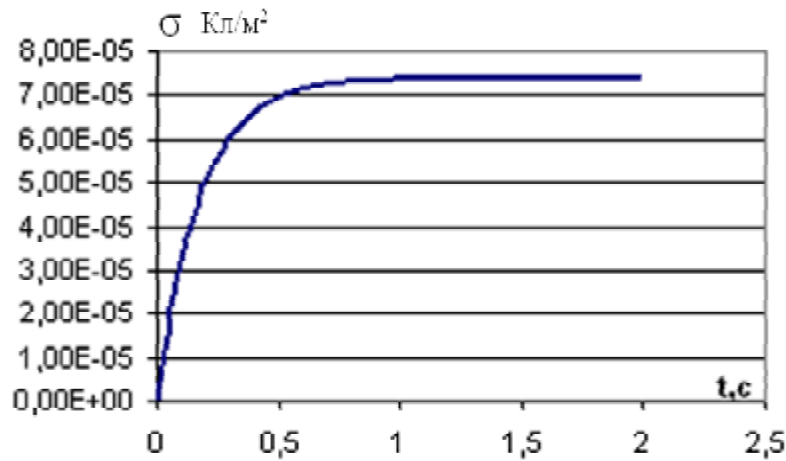


Рис. 6. Зависимость плотности заряда на поверхности диэлектрической жидкости от времени

жидкости мениска на конце игольчатого высоковольтного электрода:

$$r = \frac{e_1 (e \cdot A(t) \cdot h)^{\frac{3}{2}}}{2a^2 (\rho e)^{\frac{1}{2}} kT} \left(\left(\frac{h^2}{\sin^2 a} + x^2 - y^2 \right)^2 + 4x^2 y^2 \right)^{\frac{11}{8}} \times \sqrt{x^2 \left(\left(\frac{h^2}{\sin^2 a} + x^2 + y^2 \right)^2 + y^2 \left(\frac{h^2}{\sin^2 a} + 3x^2 - y^2 \right)^2 \right)} \quad (24)$$

На рис. 7 приведена зависимость плотности объемного заряда мениска диэлектрической жидкости (в трансформаторном масле при $h = 0,03$ м, толщине диэлектрика 10^{-5} м, угле $a = 99^\circ$ и $U_0 = 1000$ В) у острия

игольчатого электрода от времени без учета влияния поверхностного заряда на результирующее поле.

Действительно, объемный заряд уменьшается во времени вместе с напряженностью поля, обеспечивающей градиент проводимости. Рассмотрев (6) и (24), видим, что релаксация объемного заряда происходит медленнее уменьшения напряженности поля, вызванного образованием поверхностного заряда. Это значит, что объемный заряд в мениске будет очень мал и все процессы обусловлены поверхностным зарядом диэлектрической жидкости. Следовательно, в (1) при определении параметров и режимов диспергирования энергией взаимодействия объемного заряда с внешним полем можно пренебречь.

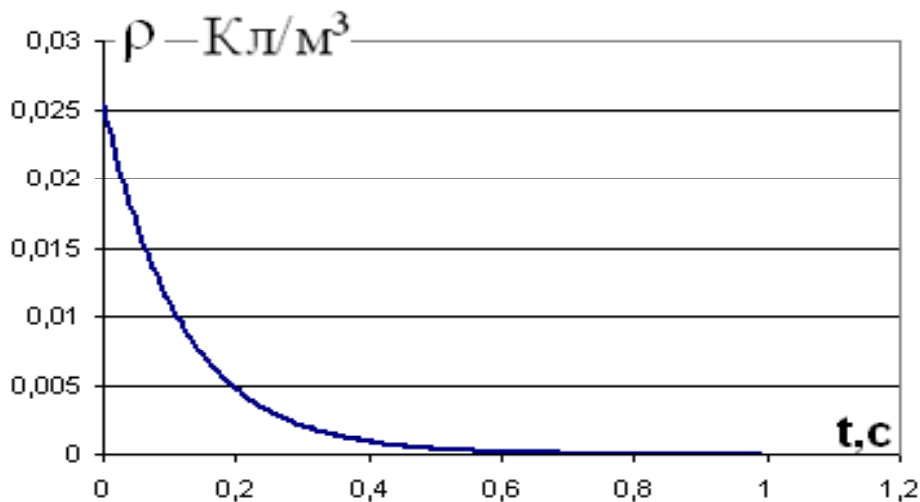


Рис. 7. Зависимость объемной плотности заряда мениска диэлектрической жидкости от времени

Заключение

Количественные оценки, сделанные в рамках рассмотренной модели, позволяют утверждать, что при выполнении очевидного требования влияния поверхностного заряда мениска жидкости на игольчатом электроде на электрическое поле системы электродов игла – плоскость объемным зарядом мениска диэлектрической жидкости можно пренебречь, а решающее влияние на процесс диспергирования оказывает поверхностный заряд мениска жидкости.

Применение предложенной модели позволяет определить критерии электродиспергирования и параметры ускоряемой жидкой диэлектрической частицы.

Список литературы

1. Нагорный В. С. Электро-капле-струйные регистрирующие устройства. - Л.: Машиностроение. Ленинградское отделение, 1988.
2. Остроумов Г. А. Взаимодействие электрических и гидродинамических полей. - М.: Наука, 1979.
3. Стишков Ю. К., Остапенко А. А. Электро-гидродинамические течения в жидких диэлектриках. - Л.: Издательство Ленинградского университета, 1989.
4. Апфельбаум М. С., Поляский В. А. Об образовании объемного заряда в слабопроводящих жидкостях // Магнитная гидродинамика. - 1982. № 1. – С. 71-76.
5. Ятовский Е. И., Апфельбаум М. С. О силе, действующей от игольчатого электрода на слабопроводящий жидкий диэлектрик, и вызываемых ею течениях // Магнитная гидродинамика. - 1977. №4. – С. 73-80.
6. Апфельбаум М. С., Баранова Т. Н., Северов А. М., Скуратовский Н. О., Ятовский Е. И. Электроковекция в диэлектрических жидкостях // Труды VIII рижской конференции. - С. 275-278.
7. Френкель Я. И. К теории электрического пробоя в диэлектриках и электронных полупроводниках // ЖЭТФ. - 1938. т.8. № 12.- С. 1292-1301.
8. Любимов Ю. А. Диэлектрическое насыщение в жидкостях и полимерах // Физика и физико-химия жидкостей. - М.: Изд-во МГУ, 1973. – Вып. 2.
9. Демирчян К. С. Моделирование магнитных полей. - Л.: Энергия, 1974.
10. Новгородцев А. Б., Фатхиев А. Р., Фатхиева И. С. Применение функции комплексного переменного к расчету электростатических полей электродов сложной конфигурации. - Уфимский авиационный институт, 1986.
11. Свешников А. Г., Тихонов А. Н. Теория функций комплексной переменной. - М.: Физматлит, 2001.