УДК 629.76

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СЛУЧАЙНОГО ПОИСКА В ЗАДАЧЕ МОДАЛЬНОГО ФОРМИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СИСТЕМЫ «РАКЕТА – НОСИТЕЛЬ – АВТОМАТ СТАБИЛИЗАЦИИ»

2007 И. Е. Давыдов

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассмотрен алгоритм работы модифицированного метода случайного поиска. Приведен численный пример.

В задачах модального формирования динамических свойств системы «ракета – носитель – автомат стабилизации» («РН – АС») на первое место выходит проблема решения экстремальных задач. При этом структура оптимизируемой функции такова, что допускает наличие локальных экстремумов, которые существенно усложняют процедуру поиска глобального экстремума. Это связано с тем, что задача исследования динамической совместимости АС с РН рассматривается как задача выбора областей в пространстве проектных параметров, соответствующих устойчивости системы и заданному качеству переходных процессов в каналах управления [1].

Так для системы «РН - АС», уравнения которой для фазовых координат записаны в векторно-матричной форме [1]:

$$\begin{aligned} &\dot{X}(t) = AX(t) + BU(t), \\ &Y(t) = CX(t), \\ &X(0) = X_0, \end{aligned} \tag{1}$$

в качестве параметров, обеспечивающих динамическую совместимость системы, выступают коэффициенты усиления автомата стабилизации a_i, $i = \overline{0,4}$; геометрические (аэродинамические), инерционно - массовые, жесткостные и диссипативные характеристики системы.

Множество допустимых проектных параметров задается совокупностью неравенств вида

$$p_{j\,min} \le p_j \le p_{j\,max}, \tag{2}$$

где постоянные $p_{j\min}, p_{j\max}, j = \overline{1,k}$ определяют заданные пределы изменения параметров.

Алгоритм модального формирования динамических свойств системы «РН-АС» (1) сводится к следующему.

При выборе областей в пространстве проектных параметров на множестве возможных значений проектных параметров системы «РН - АС» требуется найти такую область: $D_P \subset P_f$, для которой

$$\begin{aligned} &\underset{S}{Spec}(A - BP) \in D_S,\ \forall p_j \in D_P \subset P_f \subset P, \\ &j = \overline{1,k},\ k > 1, \end{aligned} \tag{3}$$

где D_s - область расположения на плоскости комплексной переменной S спектров совокупности подсистем, обладающих свойством устойчивости по Ляпунову невозмущенного движения и заданным качеством переходных процессов по каналам управления; p_j – элементы k - вектора проектных (формируемых) параметров системы; P_f – множество допустимых проектных параметров; P - множество проектных параметров системы [1, 2] (рис. 1).

В силу сложности конфигурации множества D_s, что вызывает определенные трудности при получении функционала, определяющего принадлежность спектра полюсов данной области, ставится задача преобразования множества D_s комплексной переменной s в некоторое другое множество D_q комплексной переменной q:

$$\begin{aligned} &\underset{q}{Spec}\ \overline{B} \in D_q,\ \forall p_j \in D_P \subset P_f \subset P, \\ &j = \overline{1,k};\ k > 1, \end{aligned} \tag{4}$$

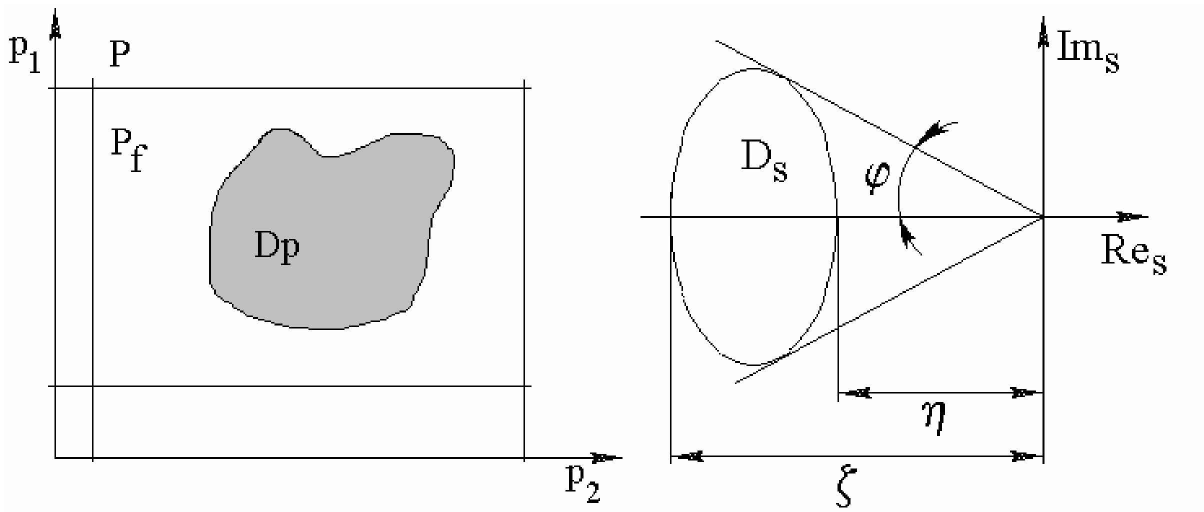

Рис. 1. Область гарантированного качества на плоскости проектных параметров D_p и комплексной плоскости D_s

где $\overline{B} = L(\overline{A})$ - функционально – преобразованная посредством оператора L матрица. Процедура получения функционально – преобразованной (ФП) матрицы подробно изложена в [2].

В соответствии с отмеченным ранее алгоритмом определения динамических свойств системы «РН – АС» в качестве функционала, определяющего принадлежность $\underset{q}{Spec}\ \overline{B} \in D_q$, выбирается спектральный радиус матрицы $\overline{B}$:

$$J = R_q = \max_i |q_i|, i = \overline{1, n}\ , \qquad (5)$$

где q_i - собственные числа ФП-матрицы .

Расчет внутренней точки области D_p допустимых значений проектных параметров в выбранном сечении сводится к решению задачи нелинейного программирования для функционала (5) с учетом ограничений (2). Исследование зависимости функционала (5) от проектных параметров, выполненное на модельных задачах малой размерности, показало, что эта зависимость является существенно нелинейной. Для задач высокой размерности (при $n > 4$) такой анализ вообще затруднителен. Соответственно задача модального формирования динамических свойств системы «РН – АС» относится к классу многопараметрических, многоэкстремальных задач. Наличие локальных экстремумов обусловлено неоднозначным влиянием множества допустимых проектных параметров на качество динамических свойств системы «РН – АС» (быстродействие, колебательность, затухание) [1].

Отметим, что глобальный экстремум определяет минимально возможный спектральный радиус на плоскости комплексной переменной q ФП – матрицы для заданного гиперпространства допустимых проектных параметров k, т. е. задает минимально возможный для данных допустимых проектных параметров функционал. Следовательно, глобальный экстремум определяет максимально возможный запас относительно границы области D_q на комплексной плоскости q расположения спектра собственных значений матрицы замкнутой системы «РН – АС».

Для отыскания глобального экстремума (5) применяется метод случайного поиска с направляющим конусом [3]. Метод применим как для случая многоэкстремальных задач, так и для случая, когда функционал (5) не всюду дифференцируем, особенно в точке экстремума. Он может быть также применен для определения экстремума (5) на границе области D_p.

Ниже приведен алгоритм модифицированного метода случайного поиска с направляющим конусом с уточнением значения глобального экстремума методом Ньютона.

Пусть в пространстве допустимых проектных параметров $p_j \in p_f$, $j = \overline{1,k}$, находящихся в диапазонах $p_{j\,min} \le p_j \le p_{j\,\max}$, определен гиперконус с параметрами l и g (l - длина вектора поиска, g - угол при вершине конуса поиска) (рис. 2). Кроме того, задано число итераций поиска z, количество проб на данной итерации m и начальные значения проектных параметров $p_j^{нач}$ из области $p_{j\,min} \le p_j \le p_{j\,max}$. Потребуем, чтобы ось при вершине данного конуса совпадала с направлением так называемого "вектора памяти". Направление "вектора памяти" на нулевой итерации задается следующим образом. Из начальной точки $p_j^{нач}$, $j = \overline{1,k}$ в случайно выбранных направлениях проводятся m сканирующих сечений радиусом l с последующим расчетом функционала $J_l(p_1, p_2, ..., p_k), l = \overline{1,m}$. Из данных сечений выбирается то, которому соответствует минимальное значение функционала $\min\limits_l J_l(p_1, p_2, ..., p_k)$. Данное сечение определяет направление "вектора памяти".

Далее вокруг вершины конуса проводится гиперсфера радиуса l. Конус отсечет от этой сферы часть гиперповерхности, на которой случайным образом выбирается m пробных точек. По значениям функций качества в этих точках $J_l(p_1, p_2, ..., p_k), l = \overline{1,m}$ определяется точка, соответствующая минимальному значению функционала (5) на данной итерации по алгоритму

$$J_{min}(p_1, p_2, ..., p_k) = \\ = \min_l J_l(p_1, p_2, ..., p_k). \qquad (6)$$

Данная точка задает направление "вектора памяти" для следующей итерации. В этом направлении и производится рабочий шаг. Направление поиска, таким образом, целиком и полностью определяется указанным конусом, т. е. случайные пробы выбираются внутри него. Поэтому естественно назвать этот конус направляющим. Направление "вектора памяти" при этом следует определять наилучшей пробой предыдущего этапа (6).

По мере накопления информации о поведении функционала (5) "вектор памяти" стремится развернуться в направлении, обратном градиенту (рис. 2). Правильный выбор сочетания l и g позволяет сравнительно легко переходить от одного экстремума к другому, обходить "овраги". После определения локальной области глобального экстремума функционала при заданном числе итераций z производится его уточнение до заданной точности e с использованием метода Ньютона [4].

Одним из нюансов в задаче поиска глобального экстремума является правильное задание l и g. Оптимальный вариант, полученный в результате многократных расчетов, соответствует

$$g = (40 \div 60)^0,\ l = \frac{\left|p_{j\,max} - p_{j\,min}\right|}{20 \div 50}. \qquad (7)$$

Для проведения поиска экстремума производится масштабирование заданного диапазона $p_{j\,min} \le p_j \le p_{j\,\max}$ таким образом, чтобы $\left|p_{j\,\max} - p_{j\,min}\right| = 1,\ j = \overline{1,k}$.

Это связано с тем, что истинные значения допустимых проектных параметров отличаются друг от друга в рассматриваемом диапазоне на несколько порядков. Например, значения коэффициентов АС лежат в диапазонах: $a_0 = 0 \div 50$, $a_1 = (0 \div 50)\,с$, $a_4 = (-0.01 \div 0.01)\frac{c^2}{м}$, а диапазон диаметра головного блока (ГБ) составляет $\varnothing_{ГБ} = (1 \div 10)\,м$. Соответственно отношение $\frac{\varnothing_{ГБ}}{a_4^{max}} = 10^2 \div 10^3$. Поэтому общий радиус l (шаг поиска) в гиперпространстве данных параметров задать не представляется возможным. Для диапазонов некоторых проектных параметров (например, a_4) выбранный радиус l будет соизмерим с диапазоном этих параметров $\left(l \approx \left|p_{j\,max} - p_{j\,max}\right|\right)$, что вызовет нечувствительность метода к данным проектным параметрам (шаг поиска экстремума в любом направлении будет соответствовать выходу из заданного диапазона). В то же время для других проектных параметров данный радиус l (шаг поиска) будет слишком мал

$\left(\dfrac{\left|p_{j\,max}-p_{j\,max}\right|}{l}\geq 10^3\right)$, что приведет к “зацикливанию” метода случайного поиска либо на первом же локальном экстремуме, либо на “овраге” (без возможности выхода из него).

Поэтому на время поиска глобального экстремума все диапазоны допустимых проектных параметров приводятся к единому значению (например к единице) для обеспечения условия (7) для всех k проектных параметров. После определения по (6) глобального экстремума (функционала) все проектные параметры (и соответствующие им диапазоны) приводятся к своим истинным значениям.

Направление рабочего вектора можно определить либо с помощью направляющих косинусов относительно выбранных осей, либо с помощью любых чисел, пропорциональных данным косинусам:

$$
\begin{aligned}
Cos\,j_j &= \frac{l_j}{\sqrt{l_1^2+l_2^2+\ldots+l_k^2}},\\
Cosb_j &= \frac{h_j}{\sqrt{h_1^2+h_2^2+\ldots+h_k^2}}.
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Направляющие косинусы $Cos\,j_j, Cos\,b_j$ являются координатами единичных векторов, совпадающих по направлениям с “вектором памяти” и рабочим вектором, соответственно. Числа $l_1, l_2, \ldots, l_k$ являются проекциями “вектора памяти” (рис. 2) на соответствующие оси проектных параметров системы «РН–АС», а числа $h_1, h_2, \ldots, h_k$ - проекциями рабочего вектора на те же оси. В данном методе $Cos\,j_j$ “вектора памяти” соответствует $Cosb_j$ рабочего вектора, определяемого наилучшей пробой предыдущего шага по (6). Связь между проектными параметрами $p_1, p_2, \ldots, p_k$ и координатами рабочего вектора $h_1, h_2, \ldots, h_k$ осуществляется через выражение

$$p_j = p_j^{нач} + h_j,\ j = \overline{1,k}. \tag{9}$$

Угол f между двумя векторами (не должен превышать половины угла направляющего конуса при вершине в гиперпространстве проектных параметров) определяется из условия:

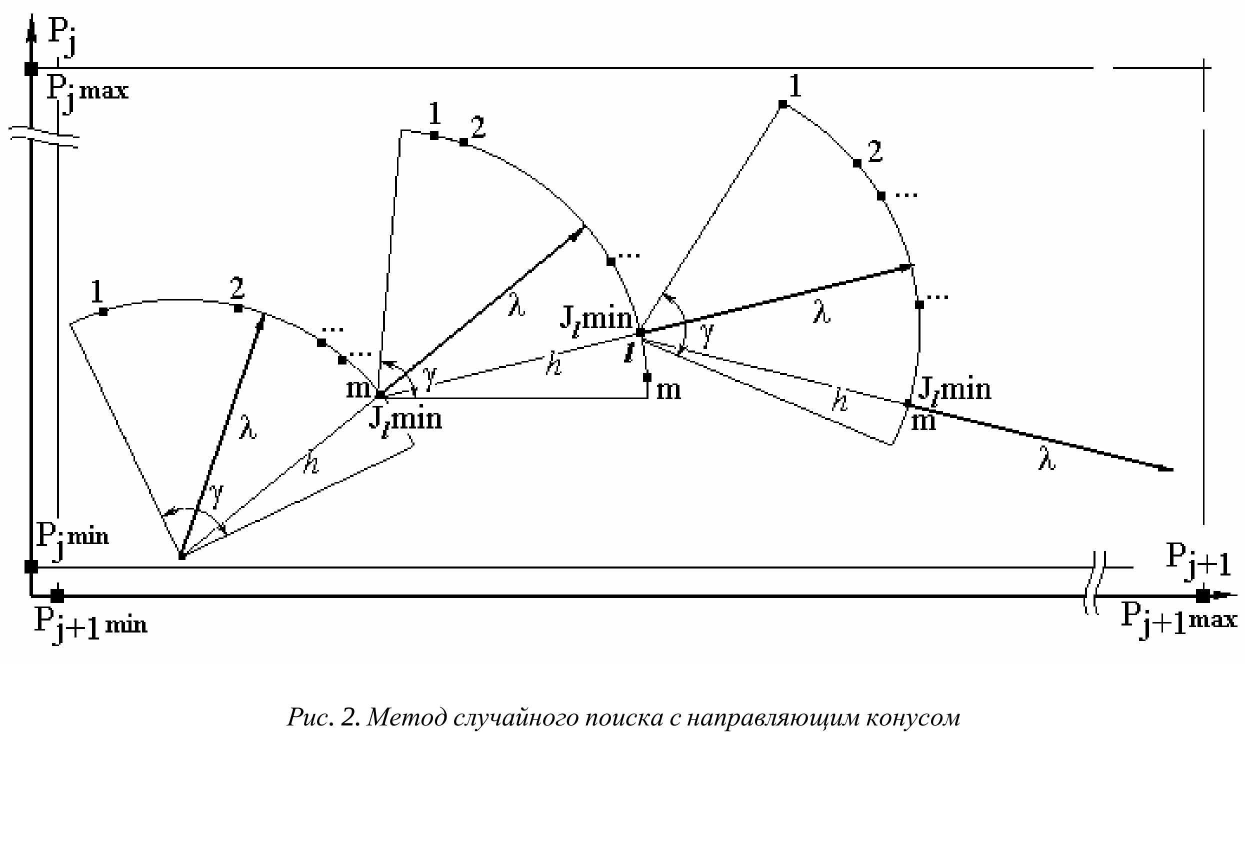

Рис. 2. Метод случайного поиска с направляющим конусом

$$Cos f = Cos j_1 Cos b_1 + ... + Cos j_k Cos b_k;$$

$$Cos f = \frac{l_1 h_1 + ... + l_k h_k}{\sqrt{l_1^2 + ... + l_n^2}\sqrt{l_1^2 + ... + l_n^2}},$$

$$Cos f = \frac{\sum_{j=1}^{k} l_j h_j}{\sqrt{\sum_{j=1}^{k} l_j^2}\sqrt{\sum_{j=1}^{k} h_j^2}}. \qquad (10)$$

Если учесть, что высота направляющего конуса (длина шага поиска) равна

$$l = \sqrt{l_1^2 + ... + l_k^2} = \sqrt{h_1^2 + .. + h_k^2};$$

$$l = \sqrt{\sum_{j=1}^{k} l_i^2} = \sqrt{\sum_{j=1}^{k} h_j^2}, \qquad (11)$$

то в результате получим

$$Cos f = \frac{\sum_{j=1}^{k} l_j h_j}{l^2},$$

$$Cos f \le \frac{Cos g}{2}. \qquad (12)$$

Задача заключается в выборе *m* различных сочетаний проектных параметров, удовлетворяющих условиям (11), (12).

Данный алгоритм реализован в подпрограмме *Model.exe*, которая позволяет находить глобальный экстремум в гиперпространстве проектных параметров системы. На рисунке 3 показана работа разработанной программы с функцией, имеющей множество “оврагов” и локальных экстремумов.

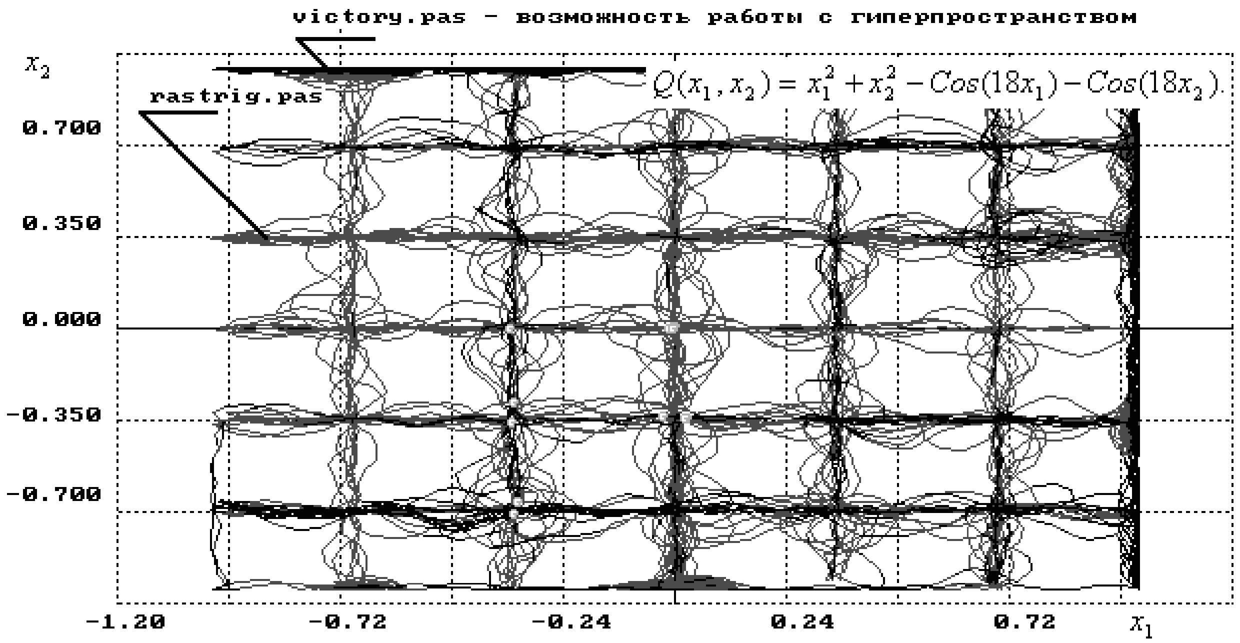

Рис. 3. Определение глобального экстремума методом случайного поиска с направляющим конусом

Список литературы

1. Формирование динамических свойств упругих космических аппаратов / Б. А. Титов, В. А. Вьюжанин, В. В. Дмитриев. – М.: Машиностроение, 1995.

2. Анализ и оптимальный синтез на ЭВМ систем управления / Под ред. А. А Воронова и И. А. Орурка. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984.

3. Растригин Л. А. Системы экстремального управления. - М.:Наука, 1974.

4. Амосов А. А, Дубинский Ю. А., Копченова Н. В. Вычислительные методы для инженеров: Учеб. пособие. - М.: Высш.шк., 1994.