

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ГАСИТЕЛЕЙ КОЛЕБАНИЙ ДАВЛЕНИЯ С УЧЕТОМ РАСПРЕДЕЛЕННОСТИ ИХ ПАРАМЕТРОВ

2007 С. К. Бочкарев, Г. М. Макарьянц, А. Б. Прокофьев, Е. В. Шахматов

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассматривается применение аналитической и численных моделей для расчета комплекса собственных характеристик реактивного гасителя колебаний давления рабочей жидкости. Показана сходимость результатов расчета по обем моделям в низкочастотной области. В высокочастотной области отсутствие в аналитических моделях адекватного учета распределенности параметров расширительной полости гасителя приводит к завышению его расчетной эффективности, что может не обеспечить заданную работоспособность системы после установки в нее такого гасителя. Сформулированы достоинства и недостатки каждой из моделей, определены частотные области их применения.

Важным фактором, снижающим надежность трубопроводных систем различных технических объектов, являются пульсации рабочей среды. Эффективным методом уменьшения динамической нагруженности трубопроводных систем от воздействия пульсирующего потока рабочей жидкости является применение гасителей колебаний давления [1, 2, 3]. Известные математические модели гасителей колебаний основываются на аналогиях, существующих между процессами в гидравлических и электрических цепях. При этом для анализа и описания динамических свойств гасителей колебаний оказалось возможным применение хорошо разработанного в электротехнике метода четырехполюсника. В этом случае динамические свойства гасителя полностью описываются матрицей передачи, с помощью которой устанавливается связь между комплексными амплитудами давления  $R$  и расхода  $Q$  на входе и выходе устройства:

$$\begin{bmatrix} P_{вх} \\ Q_{вх} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{вых} \\ Q_{вых} \end{bmatrix},$$

где  $A(\omega)$ ,  $B(\omega)$ ,  $C(\omega)$ ,  $D(\omega)$  - частотнозависимые коэффициенты матрицы передачи гасителя колебаний.

В качестве комплекса собственных характеристик гасителей колебаний рассматривают коэффициент собственного затухания  $K_c$ , а также волновые сопротивления со сто-

роны входа  $Z_{c1}$  и выхода  $Z_{c2}$ , которые связаны с коэффициентами матрицы передачи соотношениями:

$$K_c = \left| \sqrt{AD} + \sqrt{BC} \right|,$$

$$Z_{c1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}},$$

$$Z_{c2} = \sqrt{\frac{DB}{CA}}.$$

Коэффициент собственного затухания представляет собой отношение амплитуды пульсаций давления на входе гасителя к амплитуде пульсаций на выходе при его нагрузке на волновые сопротивления, т.е. когда  $Z_{вх} = Z_{c1}$ ,  $Z_{вых} = Z_{c2}$ .

В своей структуре гаситель колебаний давления может содержать произвольное число реактивных и диссипативных элементов, соединенных параллельно или последовательно. Каждый элемент, в свою очередь, может быть представлен простейшим четырехполюсником. В работе [3] предложена математическая модель однокаскадного гасителя колебаний обобщенной структуры, схема которого приведена на рис. 1,а. Электрический аналог этого гасителя представлен на рис. 1,б.

В данной статье в качестве примера рассматривается гаситель колебаний (рис. 2) схемы Б1 (в соответствии с классификацией ра-

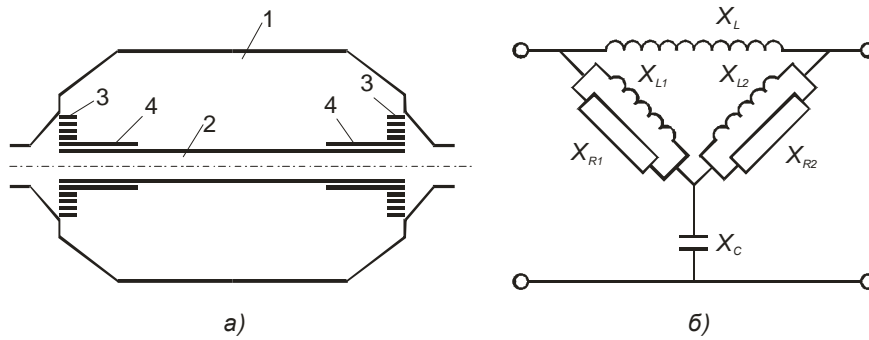


Рис. 1. Принципиальная схема (а) и электрический аналог (б) однокаскадного гасителя колебаний обобщенной структуры: 1 – емкость ( $X_C$ ), 2 – индуктивность ( $X_L$ ), 3 – сопротивления ( $X_{R1}$  и  $X_{R2}$ ), 4 – резонансные трубки ( $X_{L1}$  и  $X_{L2}$ )

боты [3]). Он получается из обобщенной структуры (рис.1) при следующих значениях коэффициентов:

$$L1 = \infty, R1 = \infty, L2 = \infty, R2 = 0.$$

Математическая модель, предложенная в [3], позволяет определить соотношения для коэффициентов матрицы передачи гасителя при условии сосредоточенности параметров, т. е. при условии

$$l \ll \lambda,$$

где  $l$  - максимальный геометрический размер элементов гасителя колебаний;

$\lambda$  - длина акустической волны в рабочей среде при заданной частоте.

Для рассматриваемого случая можно записать:

$$A = 1 - \bar{\omega}^2, B = j\bar{\omega}, C = j\bar{\omega}, D = 1, \quad (1)$$

где  $\bar{\omega} = \omega\sqrt{LC}$  - относительная безразмерная частота колебаний;

$L = \frac{\rho l}{S}$  - гидравлическая индуктивность центрального канала гасителя;

$\omega$  - круговая частота колебаний;

$\rho$  - плотность рабочей среды;

$l$  - длина центрального канала;

$S$  - площадь поперечного сечения центрального канала;

$C = \frac{V}{ra^2}$  - гидравлическая емкость полости гасителя;

$V$  - объем полости гасителя;

$a$  - скорость звука в рабочей среде;

$j = \sqrt{-1}$  - мнимая единица.

При составлении математической модели матрицы передачи простейших элементов гасителя (центрального канала и емкости) представлялись в виде

$$X_L = \begin{bmatrix} 1 & j\bar{\omega} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, X_C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\bar{\omega} & 1 \end{bmatrix}.$$

Соотношения (1) позволяют получить аналитическое выражение для коэффициента собственного затухания гасителя:

$$K_c = \left| \sqrt{1 - \bar{\omega}^2 + j\bar{\omega}} \right|$$

или

$$K_c = \begin{cases} 1 & \text{при } \bar{\omega} \leq 1, \\ \sqrt{\bar{\omega}^2 - 1 + \bar{\omega} \text{ при } \bar{\omega} > 1}. \end{cases} \quad (2)$$

Соотношение (2) при переходе к размерным параметрам записывается в виде

$$K_c = \begin{cases} 1 & \text{при } \bar{\omega} \leq \frac{1}{\sqrt{LC}}, \\ \sqrt{LC\omega^2 - 1 + \omega\sqrt{LC}} & \text{при } \omega > \frac{1}{\sqrt{LC}}. \end{cases}$$

К недостатку подобного метода моделирования следует отнести сложность учета распределенности параметров элементов га-

сителя, что при уменьшении длины волны до величин порядка размеров гасителя приведет к весьма существенным погрешностям определения комплекса собственных характеристик.

Развитие вычислительной техники и методов численного моделирования позволяет определять собственные характеристики гасителей колебаний давления путем непосредственного

решения волнового уравнения для заданной геометрической конфигурации рассматриваемой системы. На базе использования программного комплекса ANSYS разработана конечно-элементная параметрическая модель гасителя, схема которого представлена на рис. 2. Задача решалась в осесимметричной постановке с использованием встроенного в ANSYS языка программирования

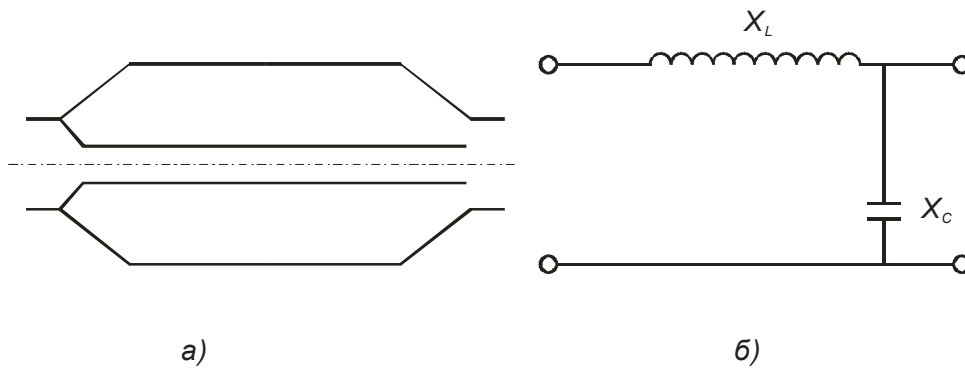


Рис. 2. Принципиальная схема (а) и электрический аналог (б) рассматриваемого гасителя колебаний

вания APDL. Геометрические параметры гасителя представлены на рис. 3. При построении модели использованы следующие допущения:

- 1) жидкость – идеальная; эффекты, связанные с вязким трением, не учитываются;
- 2) на границе «жидкость – структура» поглощение энергии звуковых волн отсутствует;
- 3) корпус гасителя и центральный канал – абсолютно жесткие.

Исследуемый гаситель колебаний имел следующие значения геометрических параметров:  $L_{en}=0,3$  м,  $L_3=0,245$  м,  $r_1=0,01$  м,  $r_2=0,007$  м,  $r_4=0,03$  м. Параметры рабочей жидкости:  $\rho = 870$  кг/м<sup>3</sup>, скорость звука в жидкости  $a = 1300$  м/с.

Структура программного комплекса ANSYS не позволяет непосредственно определить величины частотнозависимых коэффициентов матрицы передачи. Для их определения была проведена серия численных экспериментов по следующей методике. Параметры  $A, B, C$  и  $D$  определялись путем проведения трех вычислительных экспериментов, предполагающих использование участка с известными динамическими характеристиками и определение комплексных ампли-

туд колебаний давления в трех сечениях рассматриваемой системы (рис. 4). При этом используется свойство пассивных четырехполосников изменять места коэффициентов  $A$  и  $D$  в матрице передачи при перемене входа и выхода устройства.

Обозначим на схеме (рис. 4):  $A_1, B_1, C_1, D_1$  – параметры участка с известными частотными характеристиками;  $A, B, C$  и  $D$  – искомые параметры гасителя колебаний.

Запишем для заданной частоты:

$$\left. \begin{aligned} \frac{P'_1}{P'_2} &= A_1 + \frac{B_1}{Z'_2}; & \frac{P''_1}{P''_2} &= A_1 + \frac{B_1}{Z''_2}; \\ \frac{P'_2}{P'_3} &= A_1 + \frac{B}{Z'_H}; & \frac{P''_2}{P''_3} &= D + \frac{B}{Z''_H}; \\ \frac{P'_2}{P'_3 Z'_2} &= C + \frac{D}{Z'_H}; & \frac{P''_2}{P''_3 Z''_2} &= C + \frac{A}{Z''_H}; \\ \frac{P''_1}{P''_2} &= D + \frac{B}{Z''_2}; \\ \frac{P''_2}{P''_3} &= A_1 + \frac{B}{Z''_H}; \\ \frac{P''_2}{P''_3 Z''_2} &= C_1 + \frac{D}{Z''_H}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

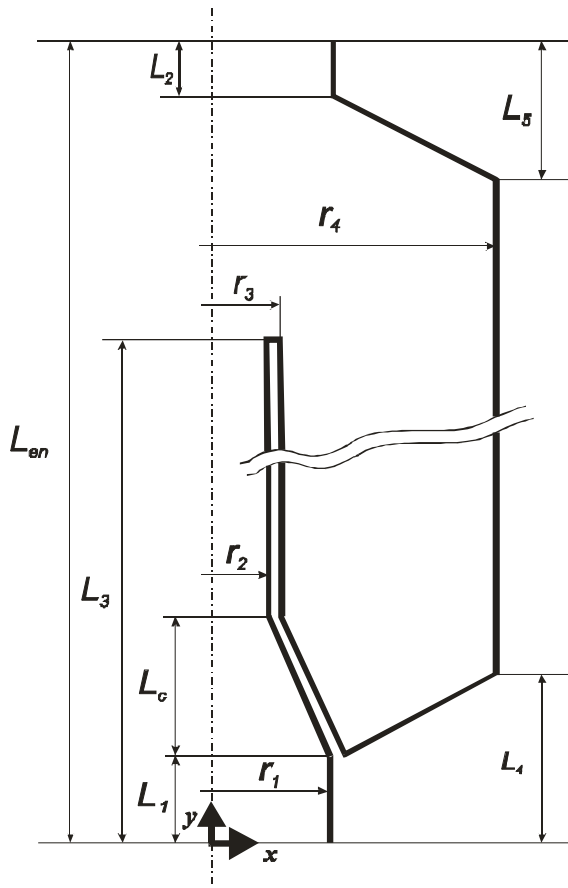


Рис. 3. Геометрические модель и параметры исследуемого гасителя колебаний

Примем граничное условие проводимых вычислительных экспериментов:  $Z'_H = Z''_H = Z'''_H = \infty$ , что обеспечивает наименьшую трудоемкость расчетов. Тогда для системы (3) получим следующее решение:

$$A = \frac{P'}{P'_3},$$

$$B = \frac{P''_1 - DP''_2}{C_1 P''_3},$$

$$C = \frac{P'_1 - A_1 P'_2}{B_1 P'_3},$$

$$C = \frac{P''_1 - A_1 P''_2}{B_1 P''_3},$$

$$D = \frac{P''_2}{P''_3}.$$

Одна из оценок точности определения коэффициентов матрицы передачи гасителя

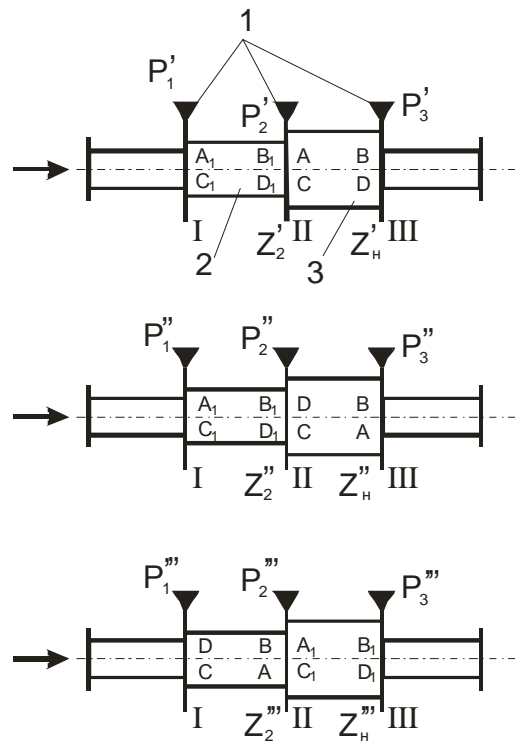


Рис. 4. Схема реализации методики расчетного определения динамических характеристик гасителя колебаний по результатам трех вычислительных экспериментов:

1 – сечения, для которых определяются комплексные амплитуды давления; 2 – элемент с известными частотными характеристиками; 3 – исследуемый гаситель колебаний

колебаний производится по совпадению значений коэффициента  $C$  в двух вычислительных экспериментах. При этом формула для определения  $C$  в обоих численных экспериментах неизменна.

Другой оценкой точности является определение детерминанта матрицы передачи. Для пассивных четырехполюсников должно выполняться условие

$$AD - BC = 1.$$

За участок с известными динамическими характеристиками принимался отрезок прямолинейного трубопровода постоянного сечения с длиной  $l$  и радиусом  $r_1$ . Матрицу передачи этого участка с учетом изложенных выше допущений можно записать в виде

$$\begin{bmatrix} ch \frac{jwl}{a} & \frac{ra}{pr_1^2} sh \frac{jwl}{a} \\ \frac{pr_1^2}{ra} sh \frac{jwl}{a} & ch \frac{jwl}{a} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Результаты расчета коэффициента собственного затухания, волновых сопротивлений со стороны входа и выхода и частотнозависимых коэффициентов матрицы передачи гасителя колебаний в программном комплексе ANSYS с использованием предложенной методики и разработанной конечно-элементной модели представлены на рис. 5, 6 (кривая 1).

На этих же рисунках приведены результаты расчета по аналитической модели в сосредоточенных параметрах, базирующейся на обобщенной структурной схеме гасителя (кривая 2). Результаты представлены в безразмерных величинах:

$$\bar{B} = -\frac{jBpr_1^2}{ra},$$

$$\bar{C} = \left| \frac{Cra}{pr_1^2} \right|,$$

$$|\bar{Z}_{c1}| = \frac{|Z_{c1}pr_1^2|}{ra},$$

$$|\bar{Z}_{c2}| = \frac{|Z_{c2}pr_1^2|}{ra}.$$

Анализ графиков позволяет сделать вывод, что при  $\bar{\omega} < 2$  различие результатов по этим двум моделям незначительное. Однако при  $\bar{\omega} > 2$  появляется их качественное расхождение. Так, коэффициенты  $\bar{B}$  и  $\bar{C}$  для модели в сосредоточенных параметрах являются монотонно возрастающими с увеличением  $\bar{\omega}$ . В то же время графики этих коэффициентов для конечно-элементной модели имеют максимум, после которого их значения убывают.

Аналогичная ситуация наблюдается и для коэффициента собственного затухания  $K_c$  (рис. 6,а). Для модели в сосредоточенных параметрах при  $\bar{\omega} > 1$  зависимость  $K_c(\bar{\omega})$  монотонно возрастает. Для конечно-элементной модели она характеризуется максимумом при  $\bar{\omega} = 2,6...2,8$  и минимумом при  $\bar{\omega} = 3,9$ . При  $\bar{\omega} \approx 4$  величина коэффициента собственного затухания  $K_c$  приближается к единице, и диапазон частот  $\bar{\omega} = 3,7...4,2$  является полосой пропускания гасителя. Поскольку ниже будут приведены расчетное обоснование и описание причин появления

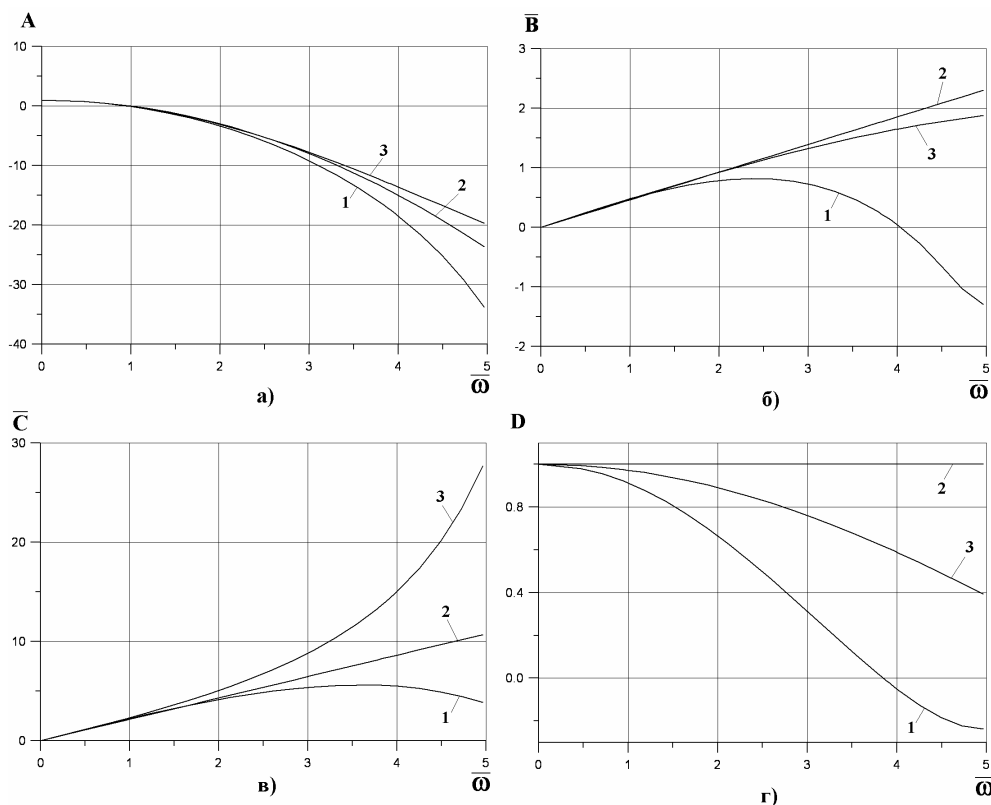


Рис. 5. Частотные зависимости относительных коэффициентов матрицы передачи гасителя: 1 – численная модель; 2 – аналитическая модель в сосредоточенных параметрах; 3 – аналитическая модель, учитывающая распределенность параметров центрального канала

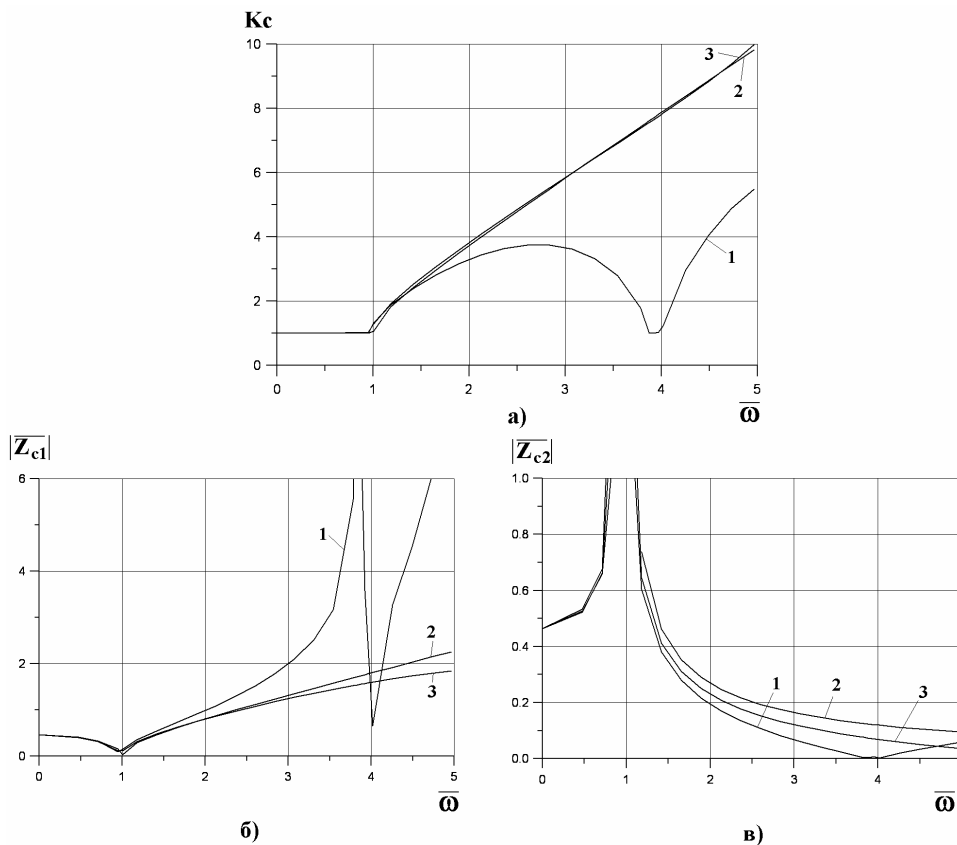


Рис. 6. Частотные зависимости комплекса собственных характеристик гасителя:  
 1 – численная модель; 2 – аналитическая модель в сосредоточенных параметрах;  
 3 – аналитическая модель, учитывающая распределенность параметров центрального канала

полосы пропускания, то здесь лишь кратко остановимся на физике процесса.

Данный гаситель, относящийся к классу акустических фильтров низких частот, обеспечивает ограничение интенсивности колебаний в гидравлической системе за счет их отражения. При этом для колебательной составляющей потока рабочей жидкости расширительная полость обладает существенно меньшим сопротивлением по сравнению с зауженным центральным каналом, что и обеспечивает локализацию пульсаций давления на входном участке гасителя. Однако расширительная полость является пространственно распределенным элементом достаточно сложной формы, в котором реализуются процессы интерференции акустических волн. При  $\bar{\omega} \approx 4$  возникает ситуация, когда из-за данной интерференции полость начинает представлять существенное сопротивление колебательной составляющей потока рабочей жидкости и пульсации давления через инерционный канал проникают на выход гасите-

ля, снижая коэффициент собственного затухания. С дальнейшим ростом частоты вновь происходит перераспределение положения узлов и пучностей в расширительной полости, что обеспечивает ее эффективную работу в структуре гасителя. Коэффициент собственного затухания при этом возрастает. Качественное отличие аналитической и конечно-элементной моделей наблюдается и для зависимости  $|\bar{Z}_{c1}|(\bar{\omega})$  при  $\bar{\omega} > 3$  (рис. 6,б). Для модели в сосредоточенных параметрах при  $\bar{\omega} > 1$  график этой функции является монотонно возрастающим. Для конечно-элементной модели при  $\bar{\omega} \approx 3,8$   $|\bar{Z}_{c1}| \rightarrow \infty$ , т. е. имеет место резонансное увеличение  $|\bar{Z}_{c1}|$ .

Такое различие результатов по двум моделям объясняется отсутствием учета в аналитической модели распределенности параметров. При этом в гасителе колебаний давления рассматриваемой структуры присутствуют два элемента, имеющие опреде-

ленную пространственную протяженность - инерционный центральный канал и расширительную полость. Для центрального канала в любом случае сохраняется справедливой гипотеза плоской волны, и его можно рассматривать как одномерный распределенный элемент, описываемый матрицей передачи в виде (4). Введение такой матрицы передачи в обобщенную расчетную модель гасителя колебаний взамен матрицы  $X_L$  позволяет учесть распределенность параметров центрального канала. Результаты расчета по аналитической модели работы [3] с учетом описанной выше замены матрицы  $X_L$  представлены на рис. 5, 6 (кривая 3). Анализ графиков на рис. 6 показывает, что учет распределенности параметров центрального канала не приводит к качественному изменению их вида по сравнению с моделью в сосредоточенных параметрах. В то же время, как уже отмечалось выше, данные численного моделирования (рис. 6) существенно отличаются от результатов расчета по аналитическим моделям. Это объясняется влиянием распределенности параметров расширительной полости. Из-за того, что длина и диаметр данной полости являются величинами одного порядка, гипотеза о возможности ее анали-

тического моделирования одномерным объектом является неадекватной, особенно в области высоких частот. В то же время моделирование акустических характеристик гидравлической емкости как двумерного объекта аналитическими методами представляется весьма сложным и трудоемким.

Матричное уравнение гидравлической емкости в сосредоточенных параметрах записывается в виде [1]:

$$\begin{bmatrix} P_{ex} \\ Q_{ex} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{j\omega V_{np}}{ra^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{вых} \\ Q_{вых} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Согласно этому соотношению амплитуда колебаний давления во всех точках емкости является одинаковой. Однако понятно, что интерференция волн при отражении от стенок емкости (особенно для случаев их сложной пространственной конфигурации) приводит к нарушению данного соотношения, и расширительная полость перестает работать как идеальная гидравлическая емкость. В качестве иллюстрации на рис. 7 приведено распределение амплитуд давлений в расширительной полости рассматриваемого гасителя колебаний в продольном (а) и радиальном (б) направлениях:

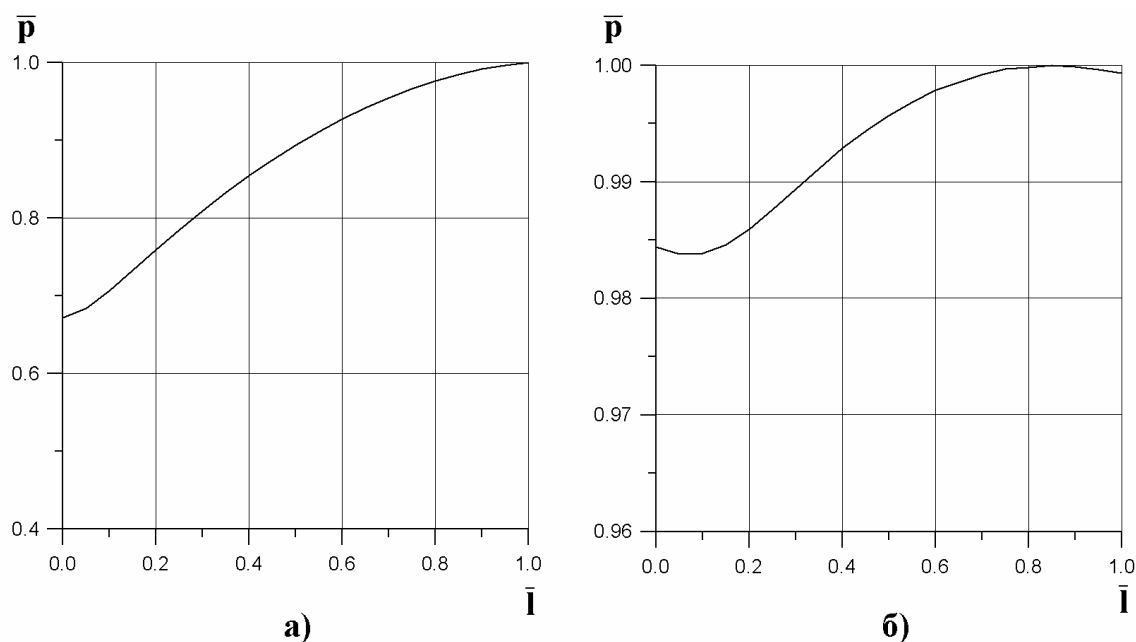


Рис. 7. Распределение амплитуд колебаний давления по расширительной полости гасителя,  $\bar{\omega} = 3,8$ :  
а) продольное направление; б) радиальное направление

$$\bar{p} = f(\bar{l}),$$

где  $\bar{p} = \frac{p}{p_{max}}$ ,  $\bar{l} = \frac{l}{L}$ ,  $L$  - характерный геометрический размер полости в рассматриваемом направлении,  $l$  - текущий линейный размер.

Анализ графиков (рис. 7) показывает, что если распределенность параметров колебаний в радиальном направлении невелика ( $\bar{p}_{min} \approx 0,984$ ) и ею можно пренебречь, то распределенность в продольном направлении весьма значительна ( $\bar{p}_{min} \approx 0,67$ ). Таким образом, представление характеристик полости гасителя колебаний матричным уравнением (5) при высоких частотах колебаний приводит к существенному расслоению графических результатов, полученных для аналитических и численной моделей.

Проведенные расчеты позволяют сделать вывод, что в области низких частот

$\frac{\omega l}{a} \leq 0,6$  (или  $\frac{l}{L} \leq 0,1$ ) наиболее целесообразно использование аналитической модели, позволяющей достаточно легко анализировать зависимости собственных характеристик га-

сителей от свойств входящих в их структуру элементов, реализовать процедуру оптимизации структуры. Однако в высокочастотной области трудности учета распределенности параметров в аналитической модели приводят к некоторому завышению расчетной эффективности гасителя колебаний. Поэтому для расчета собственных характеристик гасителя и выбора оптимальной его конструкции более целесообразно применение конечно-элементной модели.

### Список литературы

1. Шорин В. П. Устранение колебаний в авиационных трубопроводах. – М.: Машиностроение, 1980. – 156 с.
2. Шахматов Е. В. Разработка и исследование средств подавления колебаний рабочей среды в гидромеханических системах управления двигателей летательных аппаратов: Дисс. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук. – Куйбышев: КуАИ, 1984. – 201 с.
3. Шестаков Г. В. Разработка методов автоматизированного проектирования гасителей колебаний давления для трубопроводных цепей двигателей и систем летательных аппаратов: Дисс. на соиск. учен. степ. канд. техн. наук. – Самара: КуАИ, 1991. – 241 с.