

ВЫБОР ФОРМЫ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА, ПРЕДНАЗНАЧЕННОГО ДЛЯ СПУСКА В РАЗРЕЖЕННОЙ АТМОСФЕРЕ МАРСА

© 2008 В. С. Асланов, А. С. Ледков

Самарский государственный аэрокосмический университет

Статья посвящена выбору формы и положения центра масс космического аппарата с целью исключения резонанса, возникающего при неуправляемом спуске в разреженной атмосфере Марса. Рассматриваются космические аппараты малого удлинения затупленной формы, состоящие из конической и сферической части. С помощью ударной теории Ньютона в аналитическом виде получен критерий отсутствия резонанса. Даны практические рекомендации по выбору формы космического аппарата, исключающие возможность появления резонанса.

Неуправляемое движение, спуск, космический аппарат, бигармоническая моментная характеристика, угол атаки, метод Ньютона

Формулировка задачи

Для эффективного торможения при спуске в разреженной атмосфере Марса используются космические аппараты (КА) малого удлинения затупленной формы [1, 2, 3], напоминающие зонтик или фару. Тела такой формы в аэродинамическом смысле могут иметь три балансирующих положения по пространственному углу атаки [4]: устойчивые - в окрестности 0 и p , неустойчивое - в промежуточном положении $a_* \in (0, p)$. Наличие трёх балансирующих положений может привести к появлению трёх возможных областей движения на фазовом портрете, разделённых сепаратрисой [4]. Переход из одной области в другую в силу внешних возмущений (например, изменения скоростного напора) сопровождается значительным возрастанием или уменьшением пространственного угла a , что можно классифицировать как резонанс. Избежать этого явления можно путём выбора формы КА и положения его центра масс или соответствующих начальных условий движения [5].

Решение задачи

Будем аппроксимировать коэффициент восстанавливающего момента относительно центра масс КА бигармонической зависимостью от пространственного угла атаки [4]:

$$m_a(a) = a \sin a + b \sin 2a. \quad (1)$$

Резонанс возникает при пересечении сепаратрисой фазовой траектории, разделяющей три возможные области движения [5]. Очевидно, что для его устранения необходимо обеспечить отсутствие сепаратрисы, а значит и седловой точки на фазовом портрете системы. В [5] дано необходимое условие отсутствия седловой точки:

$$|b| \leq 0.5|a|. \quad (2)$$

Очевидно, что если неравенство (2) выполняется, то функция $m_a(a)$ обращается на отрезке $[0, p]$ в ноль лишь в двух точках: $a = 0$ и $a = p$ (рис. 1).

Аэродинамические характеристики осесимметричного КА, как правило, задают с помощью трёх зависимостей от угла атаки: коэффициента тангенциальной силы c_t , ко-

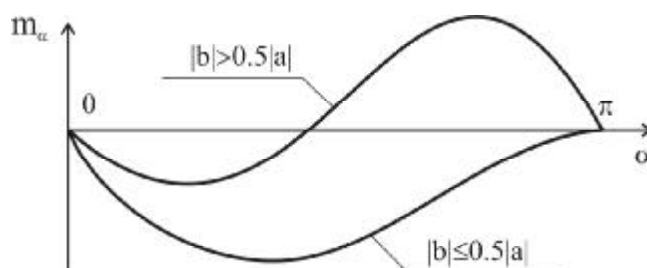


Рис. 1. Зависимость коэффициента восстанавливающего момента от угла атаки

эффицента нормальной силы c_n и положения центра давления [6]. Часто вместо координаты центра давления используют коэффициент момента m_o относительно передней кромки КА. В первом случае коэффициент восстанавливающего момента относительно центра масс КА определится формулой

$$m_a = -c_n(\bar{x}_D - \bar{x}_{ЦМ}), \quad (3)$$

где $x_D, x_{ЦМ}$ - координаты центра давления и центра масс КА относительно носика; $\bar{x}_D = x_D / L, \bar{x}_{ЦМ} = x_{ЦМ} / L$; L - характерная длина КА. Во втором случае

$$m_a = m_o + c_n \bar{x}_{ЦМ}, \quad (4)$$

где $m_o = -c_n \bar{x}_D$. (5)

Согласно (4) значения $\bar{x}_{ЦМ} = 0; 1$ определяют границы области, в которой может лежать график функции $m_a(a)$ для всех $\bar{x}_{ЦМ} \in (0; 1)$ (рис. 2). Если нижняя граница указанной области $m_o(a) = m_a(a)|_{\bar{x}_{ЦМ}=0}$ лежит ниже оси абсцисс на интервале $a \in (0, p)$, то, очевидно, можно найти такое значение $\bar{x}_{ЦМ}$, что кривая $m_a(a)$ тоже будет лежать ниже оси абсцисс на том же интервале. В этом случае на фазовом портрете системы будет от-

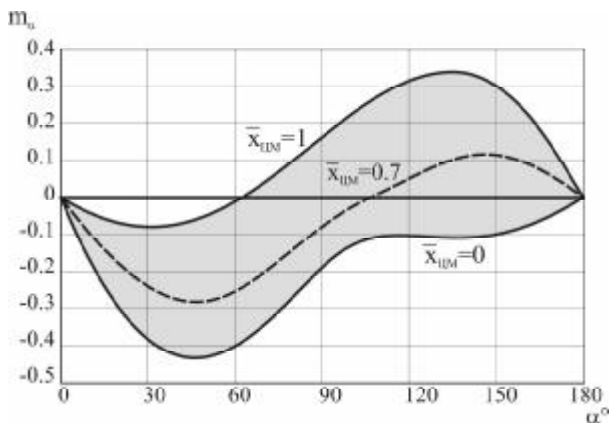


Рис. 2. Область, ограничивающая возможные положения графиков функции $m_a(a, \bar{x}_{ЦМ})$

существовать седловая точка, что исключает возможность появления резонанса.

Рассмотрим КА, состоящий из лобового сферического сегмента, конического сегмента и плоского дна (рис. 3). Аппараты подобной конфигурации использовались в европейских и американских марсианских программах: Mars Exploration Rover (Spirit, Opportunity), Mars Express (Beagle2), Phoenix Mars Mission [1, 2, 3]. В качестве варьируемых геометрических параметров будем использовать \bar{h}_1 - относительный радиус наименьшего сечения конической части, \bar{L}_c - относительную длину лобовой сферической части, \bar{L}_k - относительную длину конической части. Все параметры отнесены к диаметру КА D , равному $2h_2$ (рис. 3). Введём ограничения: $0 \leq \bar{h}_1 < 0.5, \bar{L}_k > 0, 0 < \bar{L}_c \leq 0.5$.

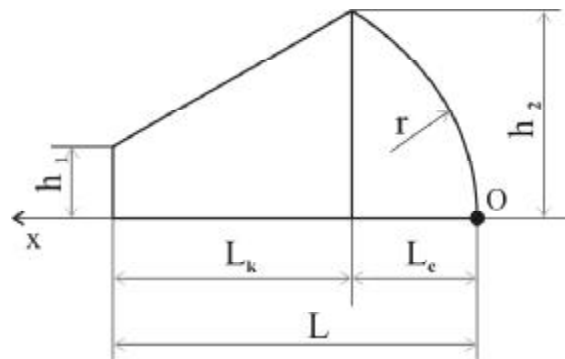


Рис. 3. Конфигурация спускаемого аппарата

Для определения аэродинамических коэффициентов воспользуемся ударной теорией Ньютона, которая для гиперзвуковых скоростей в разреженной среде даёт хорошо согласуемые с экспериментальными данными результаты [6]. На рисунках 4-6 показаны полученные методом Ньютона зависимости для аппаратов типа Beagle2, Spirit и Phoenix для граничных значений центровок: $\bar{x}_{ЦМ} = 0; 1$.

Если производные функции $m_o(a)$ по a в точках $a = 0$ и $a = p$ имеют разный знак

$$\left. \frac{dm_o(a)}{da} \right|_{a=0} \cdot \left. \frac{dm_o(a)}{da} \right|_{a=p} < 0, \quad (6)$$

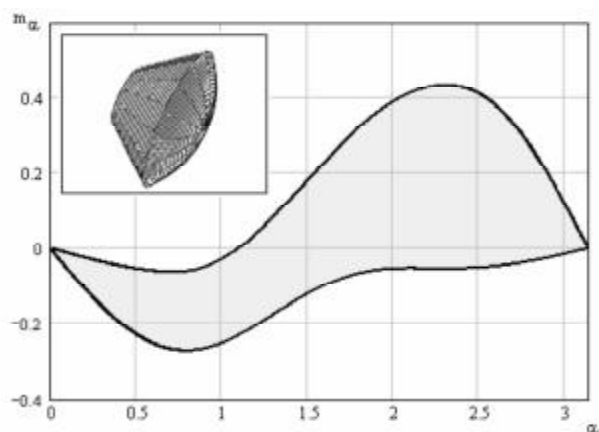


Рис. 4. Область, ограничивающая возможные положения графиков функции $m_a(a, \bar{x}_{ЦМ})$ для аппарата Beagle2

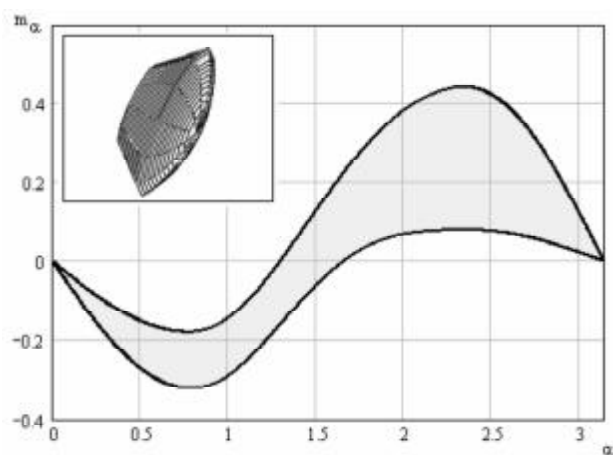


Рис. 5. Область, ограничивающая возможные положения графиков функции $m_a(a, \bar{x}_{ЦМ})$ для аппарата Spirit Lander

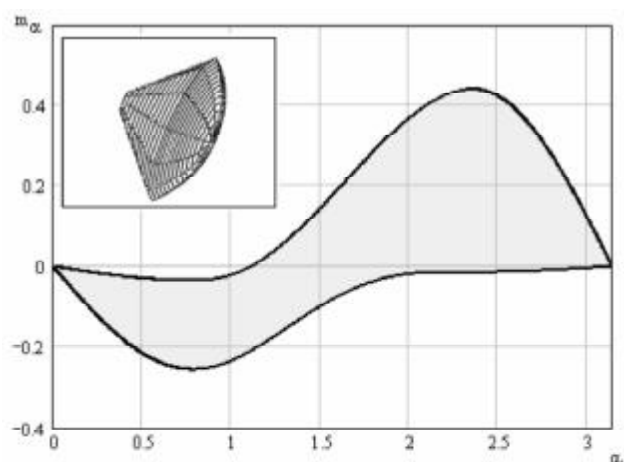


Рис. 6. Область, ограничивающая возможные положения графиков функции $m_a(a, \bar{x}_{ЦМ})$ для аппарата Phoenix

то нижняя граница области для аппарата рассматриваемой конфигурации имеет только два балансирующих положения равновесия: $a = 0$ и $a = p$.

При расчёте аэродинамических коэффициентов по методу Ньютона в окрестности точки $a = 0$ учитывается влияние только лобовой части аппарата, поскольку коническая и донная части находятся в области аэродинамической тени. В окрестности точки $a = p$ учитывается влияние только конической части, поскольку донная не создаёт нормальной аэродинамической силы, а сферическая находится в области аэродинамической тени.

Воспользовавшись методом Ньютона, запишем следующие выражения в окрестности точек $a = 0, p$ [6]:

$$m_o(a)|_{a=0} = -\frac{k}{D^2} \frac{2h_2^4}{Lr} \cos a \sin a, \quad (7)$$

$$m_o(a)|_{a=p} = \frac{k(M) \sin(2a)(h_2 - h_1)L_k}{D^2 2L((h_2 - h_1)^2 + L_k^2)} \times \left(\frac{(h_2 + 2h_1)L_k^2}{3} + \frac{2(h_1^3 - h_2^3)}{3} + L_k L_c (h_2 + h_1) \right), \quad (8)$$

где $k(M)$ - коэффициент давления торможения за прямым скачком уплотнения. Найдём производную функции (7) по углу атаки в точке $a = 0$:

$$\frac{dm_o(a)}{da} \Big|_{a=0} = -\frac{k}{D^2} \frac{2h_2^4}{Lr} < 0.$$

Эта производная всегда отрицательная (то есть положение равновесия $a = 0$ всегда устойчиво), и поэтому условие (6) запишется следующим образом:

$$\frac{dm_o(a)}{da} \Big|_{a=p} > 0. \quad (9)$$

Тогда условие отсутствия третьего баланси-
ровочного положения (6) с учётом (8) и (9)
после преобразований приобретает вид

$$f_0(L_c, L_k, h_1) = (h_2 + 2h_1)L_k^2 + 2(h_1^3 - h_2^3) + 3L_k L_c (h_2 + h_1) > 0 \quad (10)$$

Поверхность $f_0(L_c, L_k, h_1) = 0$ разбивает про-
странство трёх переменных (L_c, L_k, h_2) на две
части. Все точки, лежащие ниже этой поверх-
ности, соответствуют космическим аппара-
там, имеющим три балансируемых поло-
жения равновесия, независимо от положений
их центров масс. Пример такого аппарата
показан на рисунке 5. Для всех точек, лежа-
щих выше этой поверхности, отсутствия тре-
тьего балансируемого положения равнове-
сия можно добиться изменением положения
центра масс КА. На рис. 7 показаны сечения
поверхности $f_0(L_c, L_k, h_1) = 0$ плоскостями,
параллельными плоскости (L_k, h_1) .

Покажем, что для аппарата данной кон-
фигурации невозможен случай, когда вся об-
ласть, ограничивающая возможные положе-
ния графиков функции $m_a(a, \bar{x}_{ЦМ})$ (рис. 2),
лежит ниже оси абсцисс. Воспользуемся фор-
мулой (4) и, приняв $\bar{x}_{ЦМ} = 1$, запишем выра-
жения, аналогичные (7) и (8), для верхней
границы области:

$$m_a(a) \Big|_{\substack{a=0 \\ \bar{x}_{ЦМ}=1}} = \frac{k}{D^2} \frac{2h_2^4 (L-r)}{Lr^2} \cos a \sin a, \quad (11)$$

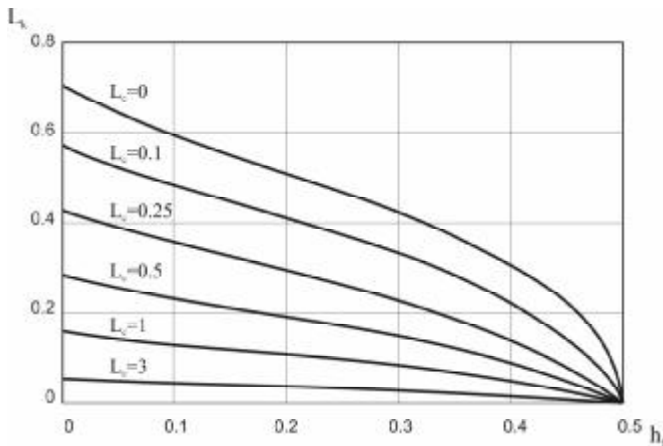


Рис. 7. Сечения поверхности $f(L_c, L_k, h_2) = 0$
плоскостями, параллельными плоскости (L_k, h_1)

$$m_a(a) \Big|_{\substack{a=p \\ \bar{x}_{ЦМ}=1}} = -\frac{k(M) \sin(2a)(h_2-h_1)L_k}{D^2 6L((h_2-h_1)^2 + L_k^2)} (2(h_2^3 - h_1^3) + (2h_2 + h_1)L_k^2) \quad (12)$$

Чтобы верхняя граница области m_a ле-
жала ниже оси абсцисс, необходимо

$$\frac{dm_a(a)}{da} \Big|_{\substack{a=0 \\ \bar{x}_{ЦМ}=1}} = \frac{k}{D^2} \frac{2h_2^4 (L-r)}{Lr^2} < 0,$$

то есть $L < r$. Тогда условием существования
двух балансируемых положений равнове-
сия будет выражение

$$\frac{dm_a(a)}{da} \Big|_{\substack{a=p \\ \bar{x}_{ЦМ}=1}} > 0.$$

Вычисляя производную (12) в точке $a = p$ и
выполняя преобразования, получим

$$f_1(L_c, L_k, h_1) = -2(h_2^3 - h_1^3) - (2h_2 + h_1)L_k^2 > 0. \quad (13)$$

Поскольку для рассматриваемой configura-
ции $h_2 > h_1$, то $f_1(L_c, L_k, h_1) < 0$ при любых
значениях параметров L_c, L_k, h_2 . Значит усло-
вие (13) никогда не выполняется, и верхняя
граница области всегда имеет участок, лежа-
щий выше оси абсцисс.

Таким образом, при выборе формы КА
конфигурации, приведённой на рисунке 3, в
целях устранения резонанса можно рекомен-
довать с тыльной стороны использовать вы-
тянутый конус с достаточно большим радиу-
сом h_1 , а с лобовой – сферическую поверх-
ность наименьшего возможного радиуса r ,
центр масс КА сместить ближе к точке О.

Численное моделирование

Для моделирования движения КА вос-
пользуемся системой дифференциальных
уравнений, приведённой в [5]:

$$\ddot{\mathbf{a}} + F(\mathbf{a}, z) = e\Phi_a(\mathbf{a}, \mathbf{z}, z), \quad \ddot{\mathbf{z}} = e\Phi_z(\mathbf{a}, z),$$

$$F(\mathbf{a}, z) = \frac{(G - R \cos a)(R - G \cos a)}{\sin^3 a} - \frac{qSL}{I} m_a(a).$$

Здесь e - малый параметр, $q = rV^2/2$ - скоростной напор, S - площадь миделя, L - характерная длина, I - момент инерции, Φ_z - функция правых частей, $z = (V, H, q, R, G)$ - вектор медленно меняющихся параметров, V - скорость, q - угол наклона траектории, H - высота полёта, R и G - с точностью до множителя проекции вектора кинетического момента на продольную ось КА и на направление скорости движения.

Рассмотрим движение гипотетического КА (рис. 4) с массой 70 кг, имеющего следующие геометрические параметры:

$$\bar{r} = 0.75, \quad \bar{h}_2 = 0.5, \quad \bar{h}_1 = 0.2, \quad \bar{L}_k = 0.381, \\ \bar{L}_c = 0.191, \quad \bar{x}_{ЦМ} = 0.7$$

и коэффициенты:

$$a = 0.11, \quad b = -0.19.$$

В качестве начальных условий движения примем: $\alpha_0 = 20^\circ$, $\dot{\alpha}_0 = 0$, $R_0 = 0.2 \text{ с}^{-1}$, $G_0 = 0.7 \text{ с}^{-1}$, $V_0 = 5000 \text{ м/с}$, $q_0 = -15^\circ$, $H_0 = 1.2 \cdot 10^5 \text{ м}$.

На рис. 8 показана зависимость угла атаки от времени, а также огибающие угла атаки, полученные с помощью расчётной

процедуры, приведённой в [5]. В момент времени $t = 23 \text{ с}$ наступает резонанс - фазовая траектория пересекает сепаратрису, переходя из неустойчивой внешней области движения в одну из внутренних. В данном случае фазовая траектория попала в верхнюю область движения. Огибающая нижней области, в которую также могла попасть фазовая траектория, показана на рисунке пунктиром.

Избежать резонанса можно, изменив размеры и положение центра масс КА. Увеличим радиус наименьшего сечения конической части КА ($h_1 = 0.21$) и переместим центр масс ближе к точке О ($\bar{x}_{ЦМ} = 0.4$). Методом Ньютона найдём зависимость $m_a(a)$. Раскладывая её в нечётный ряд Фурье, получим коэффициенты: $a = -0.42$, $b = -0.18$. Результаты численного моделирования показывают, что в течение всего спуска колебания пространственного угла атаки происходят вокруг единственного устойчивого положения равновесия $a = 0$ (рис. 9), и резонанс не возникает.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (06-01-00355а).

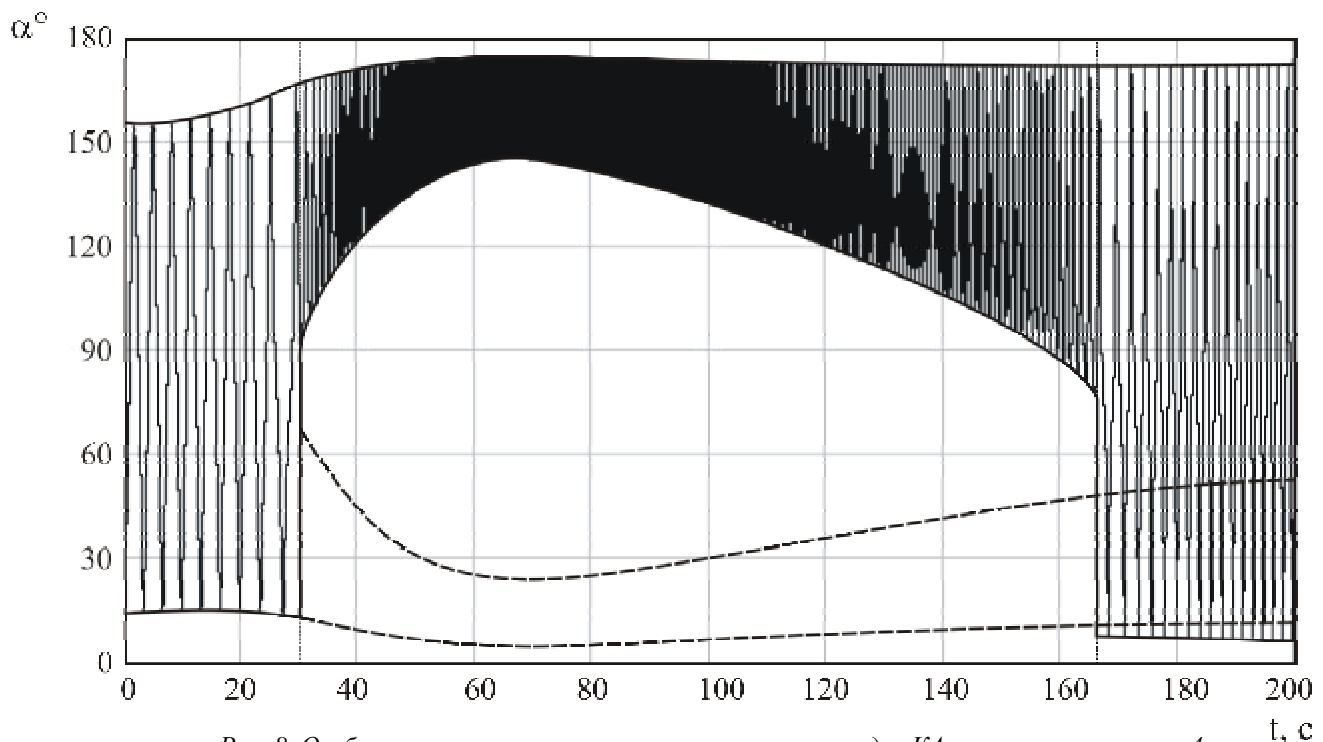


Рис. 8. Огибающие зависимости угла атаки от времени для КА, показанного на рис. 4

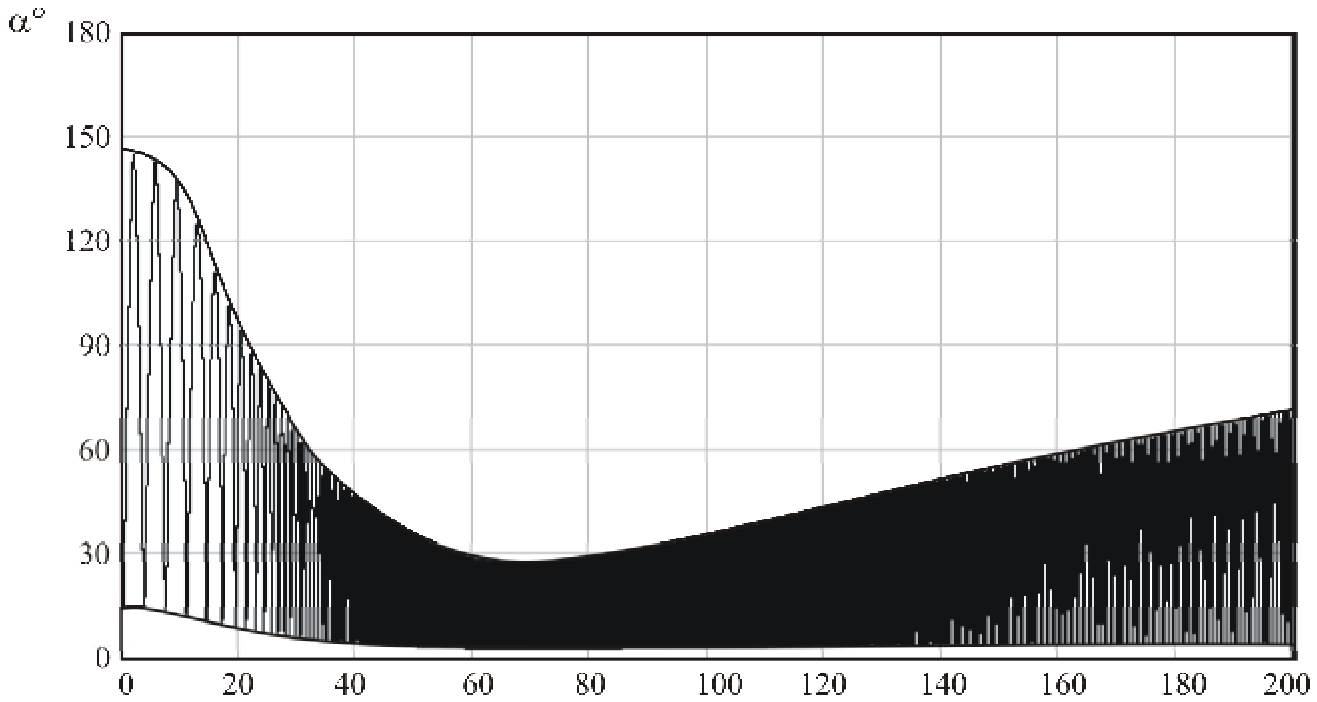


Рис. 9. Огибающие зависимости угла атаки от времени для КА с изменёнными размерами t, c

Библиографический список

1. Wilson, A. ESA SP-1240 : Mars Express: the scientific payload [Текст]/ A. Wilson, A. Chicarro. - ESA Publications Division, 2004.- 216 p. ISBN 92-9092-556-6.
2. Phoenix Mars Mission [Электронный ресурс]. - <http://phoenix.lpl.arizona.edu/>.
3. Mars Exploration Rover Mission [Электронный ресурс]. - <http://marsrovers.jpl.nasa.gov/mission/spacecraft.html>.
4. Асланов, В. С. Пространственное движение тела при спуске в атмосфере

[Текст]/В. С. Асланов. - М.: Физматлит, 2004. - 164 с.

5. Асланов, В. С. Особенности вращательного движения КА при спуске в атмосфере Марса [Текст]/ В. С. Асланов, А. С. Ледков//Космические исследования. - 2007. Т. 45, №4. - С. 351-357.

6. Аржаников, Н. С. Аэродинамика летательных аппаратов: учебник для студентов авиационных специальностей вузов [Текст] / Н. С. Аржаников, Г. С. Садекова. - М.: Высшая шк., 1983.- 359 с.

Информация об авторах

Асланов Владимир Степанович, заведующий кафедрой теоретической механики СГАУ, доктор технических наук, профессор. Область научных интересов: динамика движения космических аппаратов и соосных тел, космические тросовые системы.

Ледков Александр Сергеевич, аспирант, ассистент кафедры теоретической механики СГАУ. Область научных интересов: неуправляемое движение космических аппаратов в разреженной среде, космические тросовые системы.