

ОПТИМИЗАЦИЯ ДВИЖЕНИЯ ГИПЕРЗВУКОВОГО САМОЛЁТА-РАЗГОНЩИКА ДВУХСТУПЕНЧАТОЙ АВИАЦИОННО-КОСМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

© 2008 В. Л. Балакин, А. А. Бебяков, А. Г. Кочян

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассматривается движение гиперзвукового самолёта-разгонщика как первой ступени двухступенчатой авиационно-космической системы. Определены оптимальная и приближённо-оптимальная программы угла атаки из условия минимума затрат топлива. Исследовано влияние величины конечного угла наклона траектории на характер программ управления и траекторий движения.

Авиационно-космическая система, гиперзвуковой самолёт-разгонщик, угол атаки, программа управления, оптимизация.

Возможное создание гиперзвуковых летательных аппаратов (ГЛА) с комбинированной силовой установкой (КСУ) предусматривает их использование в качестве как маршевых самолётов (ГМС), так и самолётов-разгонщиков (ГСР) – первой ступени двухступенчатой авиационно-космической системы (АКС) [1]. Для ГСР допустимыми считаются так называемые «пологие» (с небольшими значениями углов наклона) траектории. С другой стороны, движение второй (ракетной) ступени АКС вне плотных слоев атмосферы характеризуется большими значениями углов наклона траектории. Поскольку переход с самолётных принципов движения (первая ступень) на ракетные (вторая ступень) должен происходить с минимальными энергетическими затратами, то необходимо определить оптимальные режимы движения ГСР.

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Постановка задачи. Объектом управления является ГЛА со стартовой массой 300000 кг, выполненный по схеме «бесхвостка» с крылом двойной стреловидности [1] с ракетно-турбинным пароводородным двигателем (РТДп) и стартовой тяговооружённостью m_0 , равной единице [2]. Аэродинамические характеристики ГЛА и высотно-скоростные характеристики КСУ приняты согласно [1].

Рассматривается форма вариационной задачи Майера, и за критерий оптимизации принята масса израсходованного топлива m_T , определяемая как

$$m_T = m(t_k) - m(t_n), \quad (1)$$

где m – масса; t_n, t_k – моменты времени начала и окончания движения, соответственно.

Система дифференциальных уравнений, описывающих движение ГСР в траекторной системе координат, имеет вид

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \frac{I_{yd}(h, M)b}{m} \cos a - C_{xa}(a, M) \frac{r(h)V^2}{2m} S - \\ - g \sin q, \\ \dot{q} = \frac{1}{V} \left(\frac{I_{yd}(h, M)b}{m} \sin a + \right. \\ \left. + C_{ya}(a, M) \frac{r(h)V^2}{2m} S - g \cos q \right) + \frac{V \cos q}{R+h}, \\ \dot{h} = V \sin q, \\ \dot{r} = -b. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь V – скорость, q – угол наклона траектории, h – высота, a – угол атаки, b – максимальный секундный расход топлива, M – число Маха, r – плотность атмосферы, S –

площадь крыла, g – ускорение свободного падения, R – радиус Земли, $I_{уд}$ – удельный импульс, C_{xa} , C_{ya} – коэффициенты силы лобового сопротивления и аэродинамической подъемной силы, соответственно.

Обозначим через $\mathbf{x} = \{V, q, h, m\}$ вектор фазовых координат или вектор состояния ГСР.

Граничные условия движения записываются в виде

$$\begin{aligned} t = t_n : V = M_n \cdot a(h_n), q = q_n, h = h_n, m = m_n; \\ t = t_k : V = M_k \cdot a(h_k), q = q_k, h = h_k, \end{aligned} \quad (3)$$

где a – скорость звука. В начальный момент времени условия движения и максимальная масса соответствуют так называемой типовой траектории [1, 2]: $M_n = 1,921$, $q_n = 13,8^\circ$, $h_n = 11000$ м, $m_n = 290000$ кг.

В качестве функции управления принята программа угла атаки от времени при ограничениях вида

$$a_{\min} \leq a(t) \leq a_{\max},$$

где $a_{\min} = -2^\circ$, $a_{\max} = 10^\circ$ – минимальный и максимальный угол атаки, соответственно [1].

Для гиперзвукового маршевого самолёта с $q_k = 0^\circ$ решение задачи принципом максимума Понтрягина приведено в [3, 4].

Условия движения в конечный момент времени по скорости и высоте определяются границами работоспособности РТДп: $M_{\max} = 6$ и $h_{\max} = 30000$ м. Они являются начальными условиями при моделировании движения второй ступени с целью определения оптимального значения q_k из условия минимума расхода топлива при выводе полезной нагрузки на круговую орбиту высотой 200 км.

Управление движением второй ступени осуществляется по углу тангажа с использованием двухпараметрической линейной программы [5]. Соответствующая краевая задача решается методом Ньютона, сходимость

контролируется по достижению высоты заданной круговой орбиты, интегрирование уравнений движения заканчивается при достижении значения орбитальной скорости. Масса ракетной ступени равна 70000 кг при массе конструкции 10000 кг, тяге 9810 кН и секундном расходе топлива 76 кг/сек. В результате получено, что $q_k = 35^\circ$. Таким образом, для ГСР установлены все значения начальных и конечных условий движения (3).

Решение задачи. Решение трёхпараметрической краевой задачи определения начальных значений переменных сопряжённой системы, соответствующей формализму принципа максимума, проводится методом Ньютона. Остановка итерационного процесса происходит при одновременном выполнении условий:

$$|M_k - M_k^i| \leq e_M, |q_k - q_k^i| \leq e_q, |h_k - h_k^i| \leq e_h,$$

где $e_M = 0,01$, $e_q = 0,1^\circ$, $e_h = 100$ м определяют точность решения краевой задачи по фазовым координатам; i – номер итерации.

Результаты решения краевой задачи показали, что сходимость итерационного процесса для граничного условия $q_k = 35^\circ$ не достигается. Поэтому значение q_k уменьшалось с шагом $\Delta q_k = 5^\circ$ до получения сходящегося итерационного процесса. В результате получено максимально возможное значение угла q_k , равное 10° .

Оптимальная программа угла атаки и фазовые координаты оптимальной траектории показаны на рис. 1 - 4.

На рис. 5 представлены оптимальные траектории движения ГМС и ГСР и имеющиеся для ГЛА ограничения по скоростному напору: $q_{\max} = 60$ кПА [1].

Анализ результатов. Оптимальная траектория ГСР, соответствующая $q_k = 10^\circ$ при $M_k = 6$, имеет рикошетирующий характер, скорость возрастает монотонно, и выполняется ограничение по скоростному напору (рис. 2 - 5). При $q_k = 0^\circ$ высота непрерывно возрастает и рикошет отсутствует.

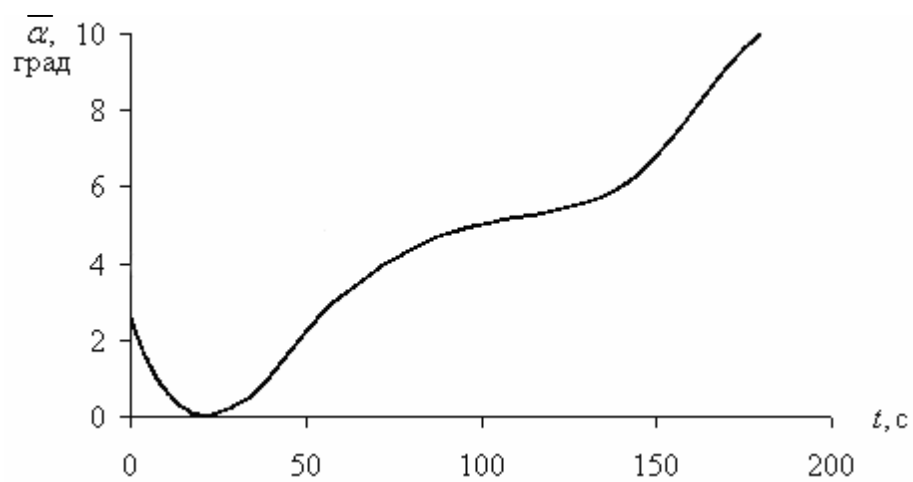


Рис. 1. Оптимальная программа угла атаки

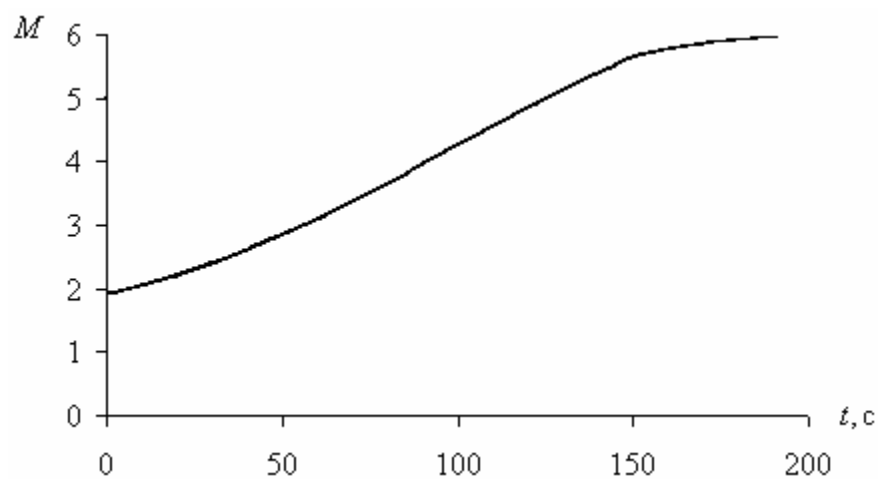


Рис. 2. Изменение числа M от времени

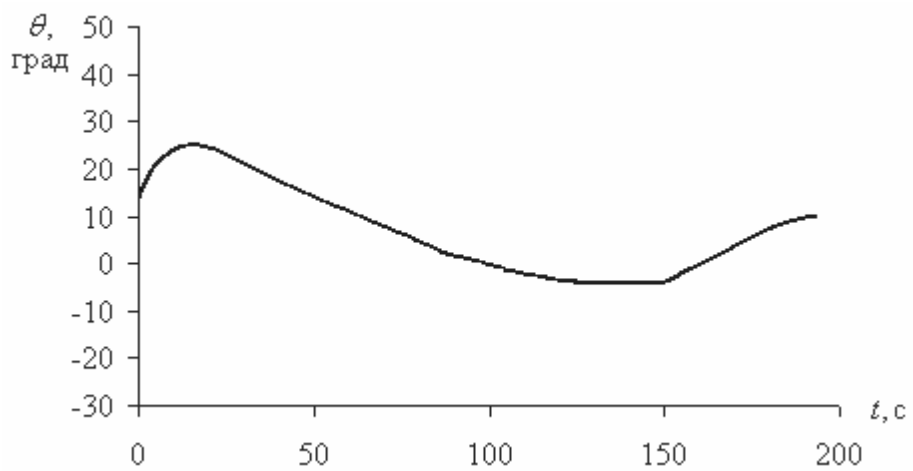


Рис. 3. Изменение угла наклона траектории от времени

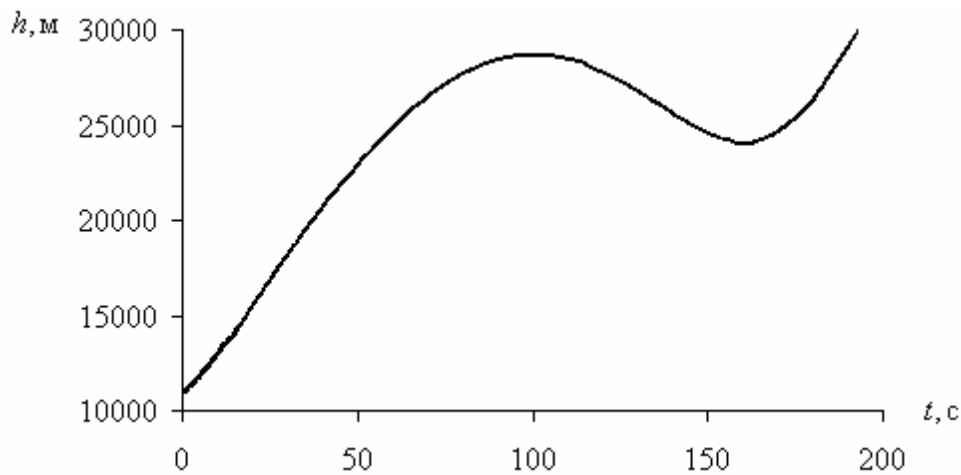


Рис. 4. Изменение высоты от времени

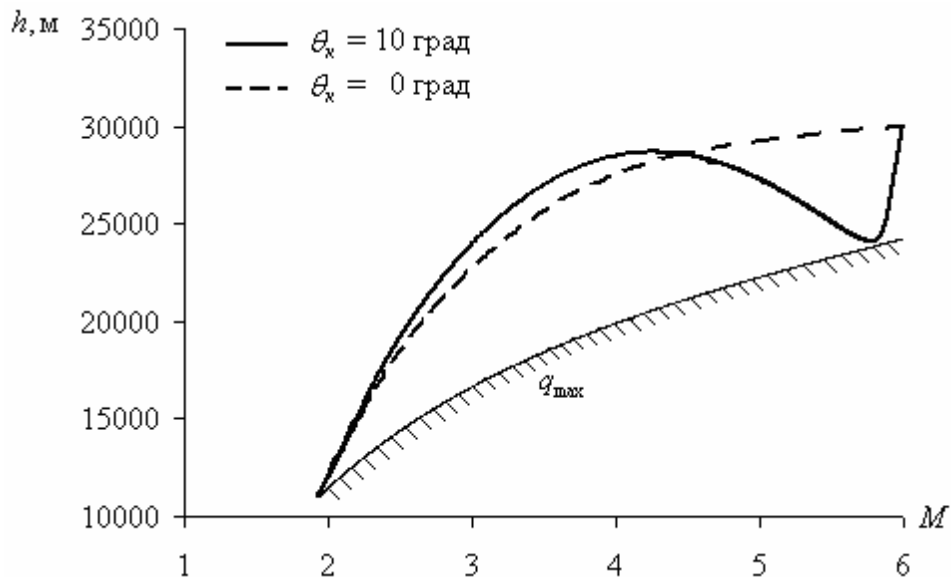


Рис. 5. Оптимальные траектории

Структура программы оптимального управления углом атаки имеет следующие особенности (рис. 1):

- начальное значение угла атаки ($\bar{\alpha}_n \approx 3^\circ$) поддерживает начальный угол наклона траектории для более интенсивного роста высоты с целью наискорейшего выхода из плотных слоёв атмосферы (максимизация скороподъёмности);

- последующее уменьшение угла атаки до малых значений ($\bar{\alpha} \approx 0^\circ$) при движении со сверхзвуковыми скоростями в наиболее плотных слоях атмосферы обеспечивает ми-

нимизацию силы лобового сопротивления, что является более важным, чем поддержание максимальной скороподъёмности;

- «квазирелейный» характер, связанный с переходом на максимальный угол атаки α_{max} при движении с гиперзвуковой скоростью ($M > 5$) для увеличения аэродинамической подъёмной силы и поддержания после рикошета набора требуемой конечной высоты. Возникающее при этом увеличение силы лобового сопротивления не имеет существенного значения, поскольку движение происходит на больших высотах.

ПРИБЛИЖЁННО-ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ УГЛОМ АТАКИ

Решение задачи оптимизации методом принципа максимума имеет известные трудности, связанные с подбором начальных условий для сопряжённой системы. Поэтому после определения структуры оптимальной программы управления целесообразно определить более простую приближённо-оптимальную программу, которую можно использовать в качестве номинальной при управлении движением при наличии возмущений.

Предлагается следующая двухступенчатая программа управления углом атаки, которая сохраняет «квазирелейный» характер оптимальной программы:

$$\mathbf{a} = \begin{cases} \mathbf{a}_1, & t < t'; \\ \mathbf{a}_2, & t \geq t'; \end{cases} \quad (4)$$

где \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 , t' – параметры, подлежащие определению из условия выполнения конечных условий движения по углу наклона траектории q_k , высоте h_k и скорости M_k при минимальных затратах топлива m_T .

Определение параметров программы управления. Параметры \mathbf{a}_2 , t' определяются в результате решения методом Ньютона двухпараметрической краевой задачи при фиксированном значении параметра \mathbf{a}_1 . Точность решения краевой задачи по углу наклона траектории составляет $0,1^\circ$, по высоте – 5 м, по числу $M - 0,01$.

Параметрический анализ зависимости $m_T(\mathbf{a}_1)$ показал, что она имеет минимум на отрезке $[0; 1^\circ]$. При значениях \mathbf{a}_1 , больших 1° , параметр \mathbf{a}_2 превышает \mathbf{a}_{\max} .

Оптимальное с точки зрения затрат топлива значение параметра \mathbf{a}_1 определяется с помощью градиентного метода. Для каждого приближения параметра \mathbf{a}_1 вычисляются значения параметров \mathbf{a}_2 , t' и затраты топлива m_T .

Переход из одной точки в другую в направлении антиградиента осуществляется по формуле

$$\mathbf{a}_1^{(s+1)} = \mathbf{a}_1^{(s)} - I^{(s)} \left(\frac{\partial m_T(\mathbf{a}_1)}{\partial \mathbf{a}_1} \right)^{(s)},$$

где s – номер шага, $I^{(s)}$ – величина, характеризующая длину s -го шага.

Величина $I^{(s)}$ определяется на каждом шаге из условия

$$I^{(s)} = \begin{cases} I^{(s-1)}, & m_T(\mathbf{a}_1^{(s)}) \leq m_T(\mathbf{a}_1^{(s-1)}); \\ \frac{I^{(s-1)}}{2}, & m_T(\mathbf{a}_1^{(s)}) > m_T(\mathbf{a}_1^{(s-1)}). \end{cases}$$

Условие остановки итерационного процесса: $\frac{\partial m_T(\mathbf{a}_1)}{\partial \mathbf{a}_1} = 0$.

Определены приближённо-оптимальные программы управления углом атаки (4), обеспечивающие выполнение конечных условий движения ($h_k = 30000$ м, $M_k = 6$, q_k от 0 до 10° с шагом 1°) при минимальных затратах топлива (табл. 1).

На рис. 6 представлены траектории движения ГЛА и ограничение по скоростному напору q_{\max} .

Траектории движения с q_k , большим 3° , имеют рикошетирующий характер. С увеличением значения q_k рикошет усиливается, а при $q_k \geq 7^\circ$ нарушается ограничение по скоростному напору.

Приближённо-оптимальные программы управления углом атаки и фазовые координаты траекторий, удовлетворяющих ограничению на скоростной напор, показаны на рис. 7 - 10.

Анализ результатов. Параметры двухступенчатой программы управления, а именно \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 , t' , увеличиваются для обеспечения роста q_k (табл. 1, рис. 7). Большие значения угла \mathbf{a}_1 (большие значения аэродина-

Таблица 1

q_k , град	a_1 , град	a_2 , град	t' , с	t_k , с	m_T , кг
0	0,45	6,00	62,5	162,8	12373
1	0,525	6,28	66,5	162,9	12380
2	0,55	6,32	70,1	163,3	12411
3	0,6	6,44	74,3	163,9	12456
4	0,625	6,41	78	164,5	12502
5	0,7	6,67	83,3	165,5	12578
6	0,75	6,76	88	166,6	12662
7	0,8	6,84	92,8	167,9	12760
8	0,85	6,91	97,5	169,4	12874
9	0,9	7,02	102,2	170,6	12966
10	0,95	6,98	107,2	172,8	13133

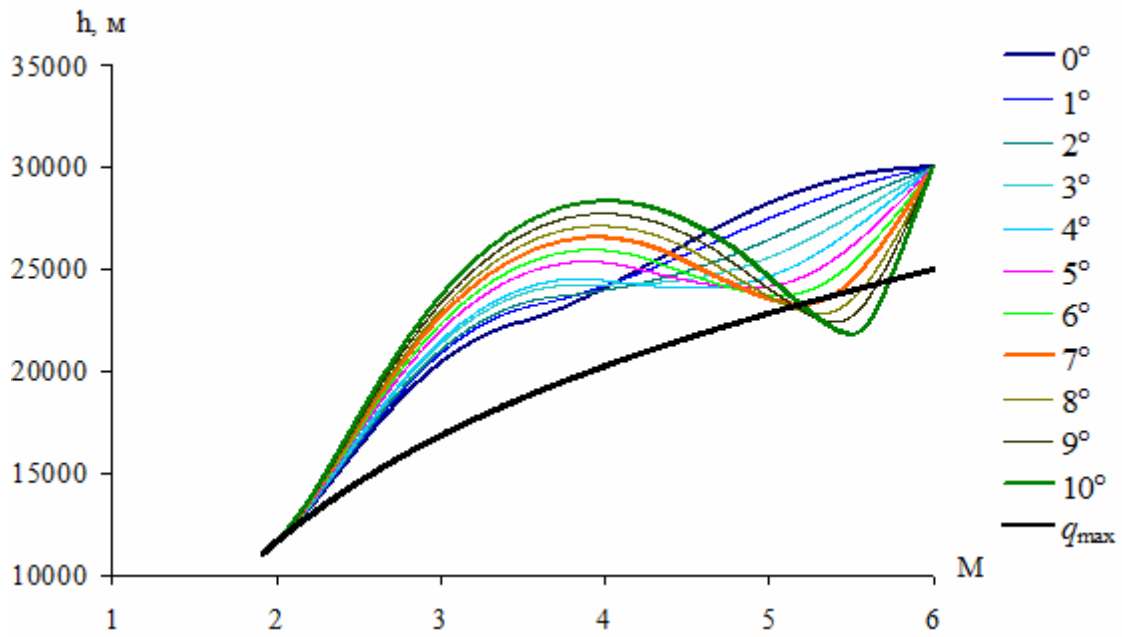


Рис. 6. Приближённо-оптимальные траектории движения

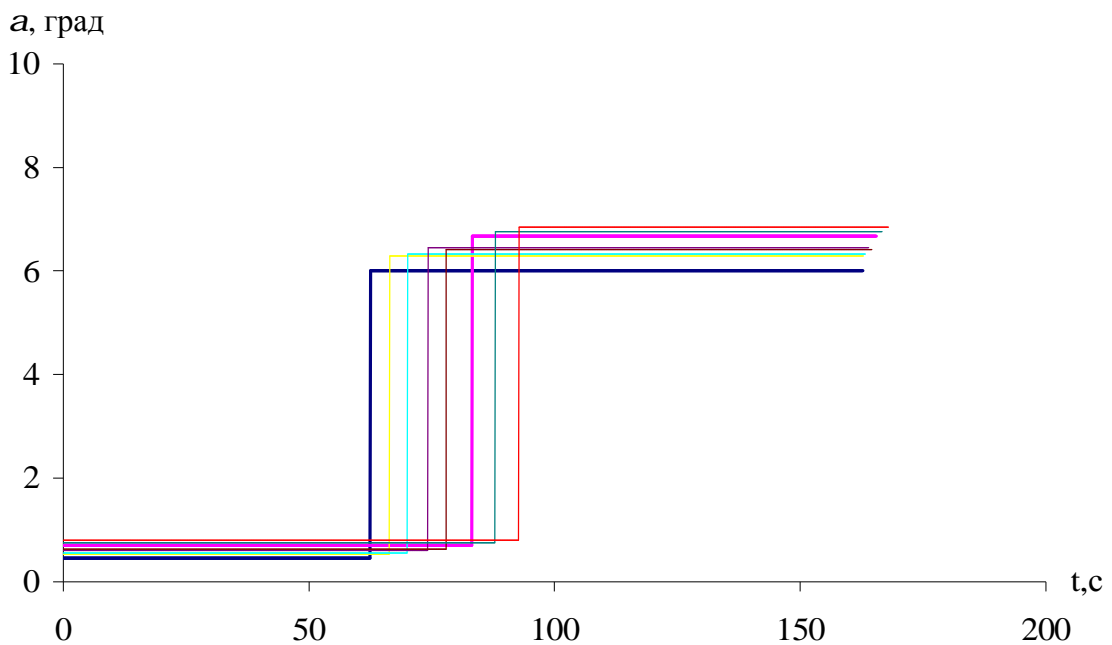


Рис. 7. Приближённо-оптимальная программа управления

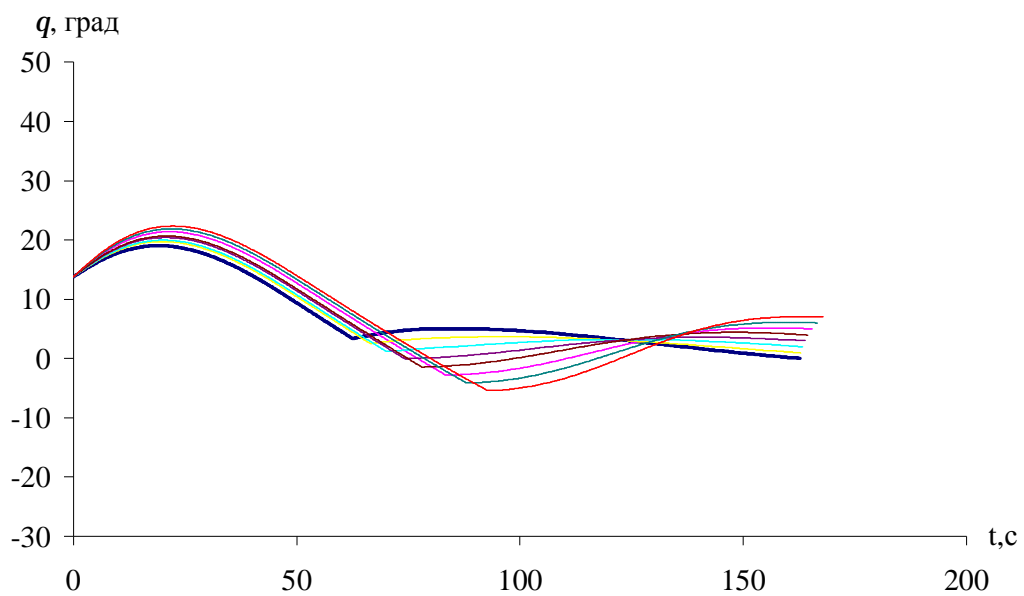


Рис. 8. Зависимость угла наклона траектории от времени

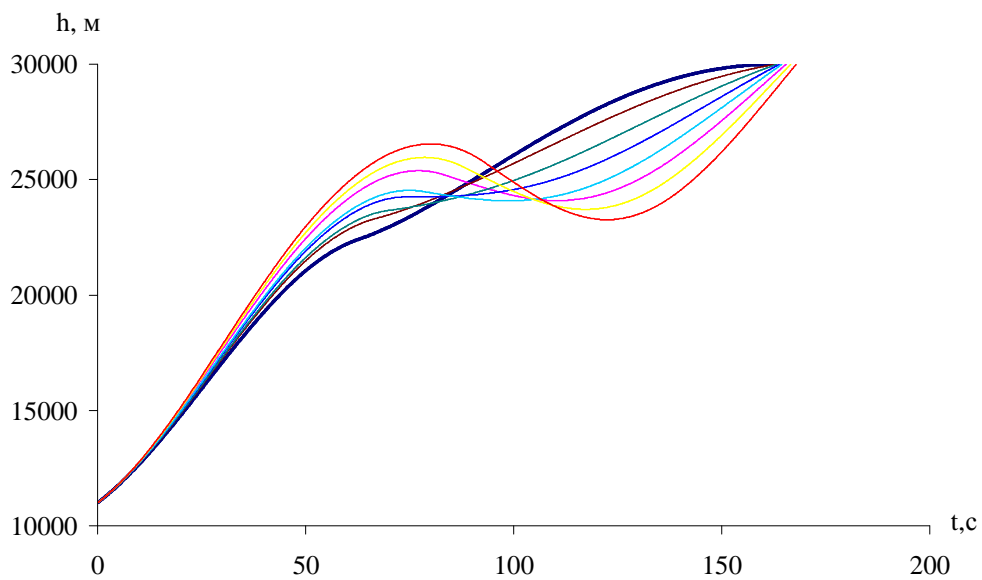


Рис. 9. Зависимость высоты от времени

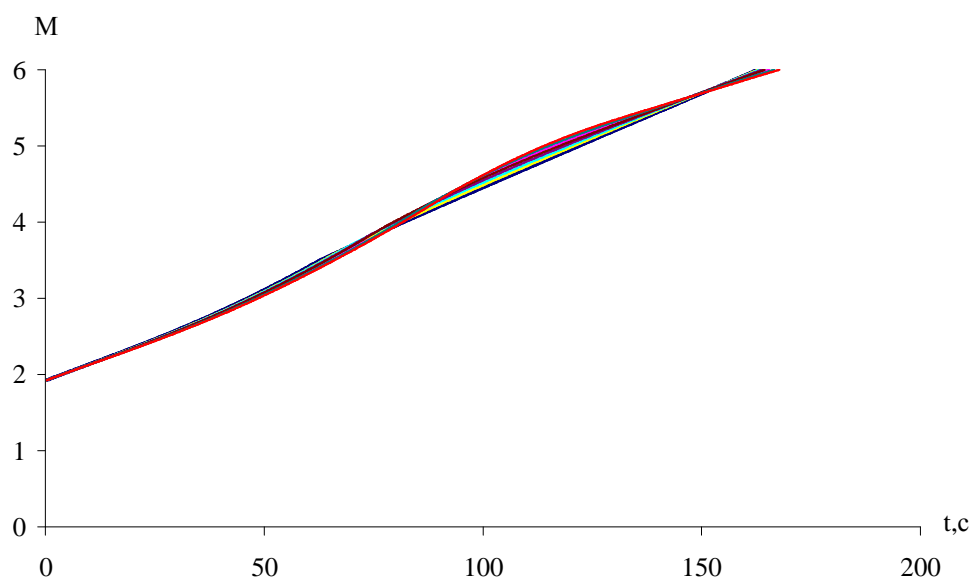


Рис. 10. Зависимость числа M от времени

мической подъёмной силы) позволяют увеличить угол q на первой восходящей части траектории (рис. 8) и, следовательно, достичь большей высоты (рис. 9). Увеличение времени переключения t' позволяет увеличить продолжительность полёта с небольшим углом a_1 (рис. 7) и тем самым обеспечить более «глубокий» рикошет на нисходящей части траектории (рис. 9). Большие значения угла a_2 (большие значения аэродинамической подъёмной силы) позволяют достичь и больших значений q_k в конце второй восходящей части траектории (рис. 8).

Скорость растёт непрерывно и слабо зависит от q_k (рис. 10). Это объясняется следующим. Траектории на первой восходящей части отличаются друг от друга по высоте несущественно (рис. 9). На нисходящей части и второй восходящей части траектории различия как в характере изменения, так и в значениях высоты значительны (рис. 9). Например, для углов q_k от 0° до 3° рикошет вообще отсутствует и происходит непрерывное увеличение высоты. Однако при полёте на более низких высотах (рис. 9, $q_k = 7^\circ$) с большими углами атаки (рис. 7) и, следовательно, с большей силой лобового сопротивления эффект от торможения ГСР компенсируется большими значениями удельного импульса и, соответственно, силы тяги КСУ. И, напротив, при более высоких высотах полёта (рис. 9, $q_k = 0^\circ$) с меньшими углами атаки (рис. 7) и силой лобового сопротивления рост скорости сдерживается уменьшением удельного импульса и, соответственно, силы тяги.

ВЫВОДЫ

По результатам решения задачи оптимизации можно сделать следующие выводы.

1. Для рассмотренного ГСР с начальной тяговооружённостью $m_0 \leq 1$ при заданных граничных условиях движения невозможно получить оптимальный начальный угол наклона траектории для второй (ракетной) ступени АКС.

2. Предложенная приближённо-оптимальная двухступенчатая программа управления углом атаки сохраняет «квазирелейный» характер оптимальной программы и позволяет, избежав трудностей решения краевой задачи формализма принципа максимума, получить траектории движения ГСР, близкие к оптимальным.

3. Поскольку с увеличением конечного угла наклона траектории ГСР растут затраты топлива первой ступени, то для критерия минимума топлива всей АКС требуется совместная оптимизация программ управления первой и второй ступеней. Если определяющим является минимизация топлива ракетной ступени, то требуется обеспечить значение конечного угла наклона траектории ГСР как можно близкое к оптимальному значению для второй ступени. Для этого необходимо увеличивать начальный угол наклона траектории для ГСР и (или) его начальную тяговооружённость ($m_0 > 1$). Это позволит иметь и меньшие начальные углы атаки ГСР и реализовать движение на сверхзвуковом участке с минимальным лобовым сопротивлением (ракетный режим полёта).

Библиографический список

1. Нечаев, Ю. Н. Силовые установки гиперзвуковых и воздушно-космических летательных аппаратов [Текст]/Ю. Н. Нечаев. – М.: Издание Академии Космонавтики им. К.Э. Циолковского, 1996. – 214 с.

2. Нечаев, Ю. Н. Моделирование условий работы пароводородного РТД в составе силовой установки гиперзвукового летательного аппарата [Текст]/Ю. Н. Нечаев, А. С. Полев, А. В. Никулин//Вестник академии космонавтики: направление фундаментальных и прикладных проблем космонавтики, материалы научных докладов на заседаниях направления в 1996-1997 гг. – М., 1998. – С. 159-191.

3. Балакин, В. Л. Оптимизация движения гиперзвукового маршевого самолёта при наборе высоты [Текст]/В. Л. Балакин, А. А. Бебяков//Полёт: Общероссийский научно-технический журнал. – 2007. – № 3. – С. 15-19.

4. Бебяков, А. А. Задача оптимального управления движением гиперзвукового летательного аппарата на этапе разгона-набора высоты [Текст]/А. А. Бебяков//Вестник Самарского государственного аэрокосмического

университета. – 2007. – № 1. – С. 15-21.

5. Остославский, И. В. Динамика полета. Траектории летательных аппаратов [Текст]/И. В. Остославский, И. В. Стражева. – М.: Машиностроение, 1965. – 463 с.

Информация об авторах

Балакин Виктор Леонидович, заведующий кафедрой динамики полёта и систем управления, д.т.н., профессор, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва. Область научных интересов: динамика и управление движением летательных аппаратов.

Бебяков Александр Александрович, аспирант, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва. Область научных интересов: динамика и управление движением летательных аппаратов.

Кочян Антонина Грачевна, ассистент, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва. Область научных интересов: динамика и управление движением летательных аппаратов.