УДК 621.431.75

АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ГТД ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ

© 2008 С. К. Бочкарёв, В. В. Мосоулин

Самарский государственный аэрокосмический университет

Проведены методы выбора наилучших математических моделей дроссельных характеристик двигателя и их применения при определении дроссельных характеристик двигателя по экспериментальным данным. Показано, что наилучший результат при автоматизированном восстановлении характеристик двигателя по малому количеству экспериментальных данных дает робастный метод Хубера с регуляризацией.

Дроссельные характеристики, полиноминальные зависимости, лучшие модели, малое количество экспериментальных точек, устойчивые методы оценивания.

При автоматизации испытаний газотурбинных двигателей (ГТД) после измерения параметров двигателя в последней экспериментальной точке осуществляется так называемое восстановление дроссельных характеристик. Здесь под восстановлением характеристик понимается оценка истинных характеристик двигателя по экспериментальным данным с учетом имеющихся погрешностей измерения параметров и возможных выбросов, не отбракованных на предыдущих этапах обработки результатов измерений.

Для восстановления характеристик двигателя проводится аппроксимация экспериментальных точек некоторыми априорно выбранными функциями. Обычно в качестве этих функций выбираются полиномиальные зависимости вида

$$\hat{P}_{пр} = a_0 + a_1 n_{пр} + a_2 n_{пр}^2 + ... + a_m n_{пр}^m . \qquad (1)$$

В классе полиномиальных функций необходимо для каждого параметра выбрать в некотором смысле оптимальную функцию, которая наиболее точно описывает искомую дроссельную характеристику. При этом поиск оптимальных моделей дроссельных характеристик двигателя целесообразно вести не только среди полных многочленов, но и среди всех других, для которых ограничена лишь максимальная степень, а коэффициенты содержатся не при всех степенях режимного параметра. Это позволяет использовать при восстановлении дроссельных характеристик двигателя по малому количеству экспериментальных точек (5…8) достаточно сложные модели.

Поскольку количество экспериментальных точек при определении характеристик двигателя мало, а некоторые из них могут содержать не выявленные на этапе контроля грубые ошибки измерения, то выбор лучшей модели целесообразно осуществлять заранее на основе анализа выборок, полученных по расчетным или среднестатистическим характеристикам данного двигателя.

Для выбора лучшей модели целесообразно использовать один из так называемых “внешних” критериев селекции – критерий стабильности. Использование внешних критериев вместо традиционных критериев, базирующихся на распределении Фишера, обосновано тем, что последние требуют знания свойств генеральной совокупности рассматриваемой выборки, которые часто неизвестны, а также тем, что они субъективны, поскольку зависят от заданного уровня значимости.

При применении критерия стабильности имеющаяся выборка делится на две части: обучающую (A), по которой оцениваются коэффициенты модели (1), и контролирующую (B). Для зависимости $P_{пр} = f(n_{пр})$ критерий стабильности имеет вид

$$S^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(P_{пр i} - \hat{P}_{пр i}\right)_A^2 + \sum_{j=1}^{m}\left(P_{пр j} - \hat{P}_{пр j}\right)_B^2 ,$$

где P_{npi} и P_{npj} – действительные значения параметра в выбранных точках обучающей и контролирующей выборок; $\hat{P}_{npi}$ и $\hat{P}_{npj}$ – оценки значений параметра в выбранных точках обучающей и контролирующей выборок, определённые по выражению (1); n – количество точек обучающей выборки; m – количество точек контролирующей выборки.

В качестве оптимальной модели выбирается та, для которой значение критерия S^2 минимально. При этом может оказаться, что имеется несколько конкурирующих моделей, для которых значение критерия стабильности примерно одинаково, но число или номенклатура коэффициентов модели различны.

В этом случае в качестве наилучшей модели целесообразно выбрать модель, для которой значение максимальной невязки

$$D = \left| P_{np} - \hat{P}_{np} \right|,$$

полученной во всех точках обучающей и контролирующей выборок, минимально и меньше погрешности экспериментального определения параметра P_{np}.

Разбиение выборки на обучающую и контролирующую можно осуществлять следующим образом: в обучающую последовательность включаются точки, соответствующие тем режимам работы двигателя, на которых обычно производится измерение параметров, а в контролирующую последовательность – остальные точки.

В качестве примера ниже приведены лучшие модели для восстановления дроссельных характеристик одного из отечественных ТРДД по 6…8 экспериментальным точкам:

$$\hat{n}_{ВДnp} = a_0 + a_3 n^3_{НДnp} + a_5 n^5_{НДnp},$$

$$\hat{G}_{Tnp} = a_0 + a_1 n_{НДnp} + a_3 n^3_{НДnp} + a_4 n^4_{НДnp} + a_6 n^6_{НДnp},$$

$$\hat{P}_{np} = a_0 + a_1 n_{НДnp} + a_2 n^2_{НДnp} + a_3 n^3_{НДnp} + a_4 n^4_{НДnp}.$$

Максимальные значения невязок D при использовании этих моделей в 3…4 раза меньше погрешностей измерения параметров.

Определение численных значений коэффициентов a_i в выбранных для каждого параметра моделях осуществляется по результатам испытания двигателя. Обычно для решения подобных задач применяется так называемый метод наименьших квадратов (МНК). Согласно этому методу в качестве оценок коэффициентов a_i принимаются значения $\hat{a}_i$, при которых удовлетворяется условие

$$\sum_{i=1}^{n} \left(P_i - \hat{P}_i \right)^2 \rightarrow \min,$$

где n – количество экспериментальных точек.

Однако, формальное применение этого метода при восстановлении дроссельных характеристик ГТД по малому количеству экспериментальных точек (5…8) не позволяет получить адекватные результаты, если хотя бы одна из них содержит грубую ошибку измерения.

Поэтому при автоматизированном восстановлении характеристик ГТД по экспериментальным данным в условиях объективно существующей возможности появления грубых ошибок измерений целесообразно использовать так называемые устойчивые (робастные) статистические методы.

Достоинство этих методов заключается в том, что статистические оценки, получаемые с их помощью, мало чувствительны к анормальным экспериментальным данным.

Наиболее подходящим робастным методом для решения поставленной задачи является метод Хубера, который основан на том, что случайные погрешности измерения аппроксимируются случайными величинами, имеющими следующую функцию распределения:

$$F(t) = (1-e)N(t) + eG(t),$$

где $N(t)$ – функция нормального распределения, $G(t)$ – функция симметричного “загрязняющего” распределения, e – малое положительное число.

Такое разложение погрешности измерения соответствует представлению её в виде

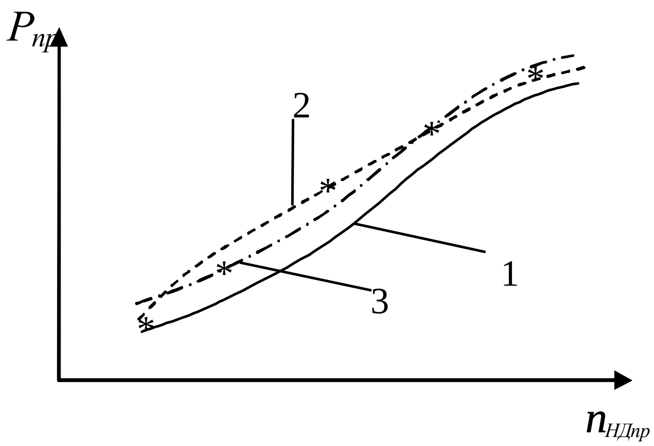

Рис. 1. Восстановление истинной характеристики (1) по экспериментальным точкам (*) методом наименьших квадратов (2), методом Хубера (3) при наличии грубой ошибки в средней экспериментальной точке

суммы нормальной погрешности и некоторого возмущающего воздействия, которое с вероятностью e появляется при измерениях. Предполагается, что возмущающее воздействие можно представить распределенным по закону Лапласа, что все реализации случайной погрешности, которые больше по модулю некоторого заранее выбранного числа q, распределены по этому закону, а все реализации, которые меньше по модулю числа q_l, – по нормальному закону.

Задача определения коэффициентов a_i в модели (1) решается при условии

$$\sum_{i=1}^{n} F(P_i - \hat{P}_i) \to \min,$$

где

$$F(t) \sim \begin{cases} (P_i - \hat{P}_i)^2, & при |t| \le q \\ \left|P_i - \hat{P}_i\right|, & при |t| \ge q. \end{cases}$$

Метод Хубера является наиболее предпочтительным для решения задачи восстановления характеристик ГТД по экспериментальным данным, так как принятые при его получении предпосылки наилучшим образом соответствуют ситуации, имеющей место при измерении параметров двигателя, когда наряду с ошибками измерения параметров, имеющих преимущественно закон распределения, близкий к нормальному, могут иногда появляться грубые ошибки измерения разного знака.

Применение метода Хубера для восстановления дроссельных характеристик ГТД при наличии грубой ошибки измерения даёт существенно более адекватный результат, чем МНК (рис. 1).

Однако и устойчивые методы оценивания не позволяют получить адекватного восстановления экспериментальных характеристик ГТД, если с грубой ошибкой определена крайняя точка дроссельной характеристики (рис. 2).

Для того, чтобы повысить адекватность результатов, необходимо проводить аппроксимацию экспериментальных точек методом Хубера с ориентацией на априорную (известную заранее) модель этой характеристики. В качестве априорной модели характеристики может быть использована расчетная, ранее полученная экспериментальная или среднестатистическая характеристика. Такой метод оценки коэффициентов a_i в (1) называют методом Хубера с регуляризацией. Он реализуется применением функции цели вида

$$\sum_{i=1}^{n} F(P_i - \hat{P}_i) + a \int_{n_{пр\min}}^{n_{пр\max}} \left[\hat{P}^l(n_{пр}) - P^l_{апр}(n_{пр})\right] dn_{пр} \to \min,$$

где $\hat{P}(n_{пр})$ – восстановленная по экспериментальным данным дроссельная характеристи-

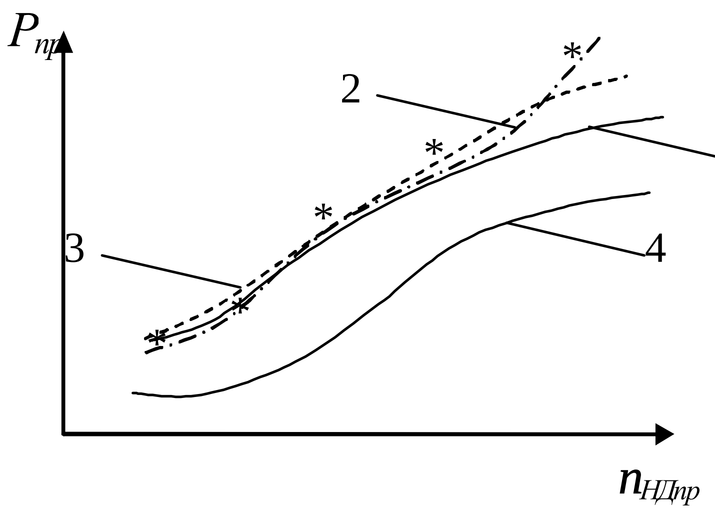

Рис. 2. Восстановление истинной характеристики (1) по экспериментальным точкам (*) методом Хубера (2) и методом Хубера с регуляризацией (3) по априорной характеристике (4) при наличии грубой ошибки в последней экспериментальной точке

ка; $P_{апр}(n_{пр})$ – априорная модель дроссельной характеристики; l – знак производной порядка l; $n_{прmin}$, $n_{прmax}$ – соответственно минимальное и максимальное значения интервала аргумента, на котором осуществляется сравнение восстанавливаемой и априорной характеристик; a – коэффициент регуляризации.

Выбор первого порядка производной $l=1$ означает, что при восстановлении характеристики по экспериментальным данным накладывается дополнительное требование об эквидистантности восстанавливаемой и априорной характеристики; выбор второго порядка производной $l=2$ означает, что при восстановлении характеристики допускается ее линейное расхождение с априорной характеристикой.

Величина коэффициента регуляризации a определяет степень влияния используемой априорной характеристики на получаемый результат. Если $a=0$, то априорная информация о характеристике игнорируется, и восстановление характеристики осуществляется только на основе полученных экспериментальных данных. При больших значениях a экспериментальные данные практически игнорируются, и получаемая характеристика по своим свойствам совпадает с априорной.

Оптимальную величину коэффициента регуляризации a выбирают исходя из того, чтобы полученная после решения задачи средневзвешенная дисперсия остаточных невязок между экспериментальными и восстановленными по модели (1) значениями параметров соответствовала погрешности измерения этого параметра.

Применение метода Хубера с регуляризацией позволяет получить существенно более адекватные результаты при восстановлении характеристик двигателя в случае наличия грубой ошибки в любой экспериментальной точке, в том числе и крайней (рис. 2).

Применение этого метода эффективно также при экстраполяции экспериментальных характеристик двигателя.

Однако следует отметить, что метод позволяет получать достаточно надёжные результаты при наличии грубых ошибок измерения не более чем в 20-30 % экспериментальных точек.

Информация об авторах

Бочкарёв Сергей Константинович, заместитель проректора по науке и инновациям, кандидат технических наук, доцент, СГАУ. Область научных интересов: теория и испытания двигателей, автоматизация научных исследований, организация научных исследований.

Мосоулин Владимир Викторович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник НИЦ космической энергетики, СГАУ. Область научных интересов: испытания двигателей, статистическая обработка экспериментальных данных.