

СИСТЕМА ИНТЕЛЛЕКТУАЛИЗИРОВАННОЙ ПОДДЕРЖКИ ОПТИМИЗАЦИИ МЕЖПЛАНЕТНЫХ МИССИЙ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С МАЛОЙ ТЯГОЙ

© 2008 О.Л. Старинова

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассматривается информационно-вычислительная система интеллектуализированной поддержки оптимизации межпланетных миссий с малой тягой. Под оптимизацией миссии подразумевается совместная оптимизация законов управления, соответствующих им траекторий движения и проектных параметров космических аппаратов. Система основывается на использовании современных методов динамической обработки данных, полученных на последовательности уточняющихся моделей миссии.

Космический аппарат, малая тяга, оптимальное управление, математические модели движения.

Использование перспективных двигателей установок, основанных на новых физических принципах, позволяет повысить эффективность созданной и разрабатываемой космической техники. К таким установкам относятся электроракетные двигатели (ЭРД), работающие на принципе ускорения рабочего тела (РТ) в электростатических или электромагнитных полях. ЭРД придают космическим аппаратам (КА) ускорение, существенно меньше гравитационного на поверхности Земли, и поэтому их традиционно называют двигателями малой тяги (МТ). Использование ЭРД позволяет значительно сократить затраты на осуществление межпланетных миссий, однако существенные трудности при анализе и оптимизации движения с МТ сдерживают создание таких КА.

Для преодоления указанных выше трудностей предлагается подход, связанный с использованием информационно-вычислительной системы (ИВС) интеллектуализированной поддержки оптимизации миссий. Эта система методически основывается на последовательности усложняющихся моделей, описывающих проектный облик, функционирование и движение КА с различными степенями точности. ИВС позволяет выполнять оптимизацию межпланетных миссий в рамках выбранных моделей, сохранять и находить полученные решения в базе данных (БД), аппроксимировать результаты приближённо-аналитическими зависимостями. Данный подход в сочетании с классическими методами теории оптимального управления,

нелинейного программирования и методов динамической обработки информации позволяет автоматизировать оптимизацию межпланетных миссий КА с МТ.

Задача комплексной проектно-баллистической оптимизации миссии формулируется следующим образом. Вводятся:

- $\bar{x}(t) \hat{I} X$ - вектор фазовых координат КА, подчиняющийся граничным условиям, определяемым целью перелёта и возможными ограничениями, где X - множество допустимых фазовых координат;

- $\bar{u}(t) \hat{I} U$ - вектор функций управления, на компоненты которого наложены ограничения, связанные с конструктивными особенностями КА и ДУ, где U - множество допустимых управлений;

- $\bar{p} \hat{I} P$ - вектор оптимизируемых проектных параметров КА, ограниченный множеством допустимых проектных параметров P ;

- $\bar{b} \in B$ - вектор баллистических параметров, зависящий от цели миссии.

В зависимости от выбранной модели движения вектор фазовых координат КА содержит $\bar{x}(t) = (M, r, \varphi, V_r, V_\varphi, i, \Omega)^T$, где M - текущая масса КА; r - расстояние от КА до притягивающего центра в выбранной системе отсчёта; φ - текущая угловая дальность; V_r, V_φ - компоненты вектора скорости; i, Ω - наклонение и долгота восходящего узла.

Вектор проектных параметров КА в зависимости от выбранной проектной модели может содержать компоненты $\bar{p} = (a_0, c, \alpha_i,$

$\gamma_p, \chi)^T$, где a_0 – номинальное ускорение ДУ; c – скорость истечения рабочего тела; α_i, γ_i – удельные массовые характеристики i -го компонента КА по тяге и мощности; χ – коэффициент изменения тяги ДУ.

Состав вектора функций управления изменяется в зависимости от выбранной модели движения и критерия оптимальности $\bar{u}(t) = (\lambda_1, \lambda_2, \delta)^T$, где λ_1 – угол, определяющий положение тяги в плоскости орбиты; λ_2 – угол, определяющий положение тяги относительно плоскости орбиты; δ – функция включения-выключения ДУ.

Состав вектора параметров баллистической схемы перелёта \bar{b} зависит от цели и баллистической схемы миссии (рис. 1). $\bar{b} = (D_0, T_p, DV_i)^T$, где D_0 – дата старта миссии; T_i – длительности участков перелёта, определяющие положение планет назначения, финиша и промежуточных гравитационных манёвров; DV_i – гиперболические избытки скорости на границах участков движения, приращения скоростей в моменты гравитационных манёвров или включений двигателей большой тяги.

В качестве критерия оптимальности миссий КА с МТ используется минимальная стартовая масса M_0 при заданных массе полезного груза $M_{пг}$ и общей продолжительности перелёта T . В этом случае целью про-

ектно-баллистической оптимизации миссии является определение векторов $\bar{p} \in P, \bar{u}(t) \in U$ и $\bar{b} \in B$, доставляющих минимум стартовой массы M_0 и обеспечивающих выполнение требуемых граничных условий миссии $\bar{x} \in X$ при заданных $M_{пг}$ и T :

$$M_0 = \min_{\substack{\bar{u}(t) \in U, \\ \bar{p} \in P, \bar{b} \in B}} M_0(M_{пг} = \text{fixe}, T = \text{fixe}, \bar{x} \in X, \bar{u}(t), \bar{p}, \bar{b}). \quad (1)$$

Наиболее существенным упрощением задачи (1) является её разделение на проектную и баллистическую части. Под баллистической оптимизацией миссии понимается определение оптимальных векторов управления $\bar{u}_{opt}(t) \in U$ и параметров баллистической схемы миссии $\bar{b}_{opt} \in B$, доставляющих экстремум критерию оптимальности при фиксированных проектных параметрах \bar{p} . Проектная оптимизация миссии заключается в выборе оптимальных проектных параметров КА $\bar{p} \in P$, доставляющих экстремум критерию оптимальности. При этом используются зависимости $\bar{u}_{opt}(t, \bar{p}), \bar{b}_{opt}(\bar{p})$, полученные в ходе баллистической оптимизации.

В общем случае решение задачи (1) не обладает инвариантностью по отношению к проектным параметрам КА, и поэтому стро-

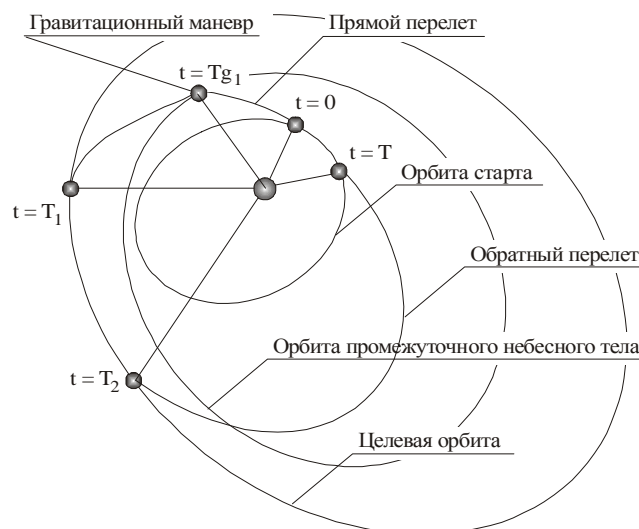


Рис. 1. К определению вектора параметров баллистической схемы миссии

гое разделение на проектную и баллистическую части невозможно. Для КА с ЭРД мощность энергоустановки и тяга ДУ зависят от фазовых координат (расстояния КА от Солнца, угла поворота солнечных батарей, длительности работы ядерного реактора и др.). В качестве промежуточного критерия оптимальности удобно использовать приведённое

$$\text{время работы двигателей } T_m^*(T) = \int_{t_0}^T c(\bar{x}) ddt,$$

где функция $c(\bar{x}) = b(\bar{x})/b_0$ определяет зависимость секундного расхода РТ $b(\bar{x})$ от фазовых координат, d - функция включения-выключения двигателей. Вид функции $c(\bar{x})$ зависит от используемых моделей функционирования энергодвигательной установки [1]. Для КА с солнечной энергоустановкой обычно считают $c(\bar{x}) = r^{-k}$, $k \approx 1,7-2$, а для ядерной энергоустановки можно считать $c(\bar{x}) \equiv 1$. Этот промежуточный критерий позволяет описать потребную массу РТ M_{PT} зависимостью

$$\begin{aligned} M_{PT}(T) &= \int_{t_0}^T b(\bar{x}) d dt = \\ &= \frac{P_0}{c_0} \int_{t_0}^T c(\bar{x}) d dt = \frac{P_0}{c_0} \cdot T_m^*(T). \end{aligned} \quad (2)$$

Традиционно проектная модель КА с ЭРД имеет вид уравнения баланса масс [2]:

$$M_0 = M_{III} + M_{\mathcal{E}} + M_{\mathcal{D}} + \frac{P_0}{c_0} \cdot T_m^*(T)(1 + k_{СПХ}) + M_K, \quad (3)$$

где $M_{\mathcal{E}}$ – масса энергоустановки, состоящая из источника и преобразователя энергии; $M_{\mathcal{D}}$ – масса ДУ, включающая маршевые и управляющие двигатели вместе с исполнительными органами; $M_{СПХ}$ – масса системы подачи и хранения рабочего тела ($k_{СПХ} = M_{СПХ}/M_{PT}$); M_K – масса корпуса и конструкций КА.

Отсюда следует, что минимум стартовой массы КА (для фиксированных P_0 и c_0) соответствует минимуму приведённого мо-

торного времени $T_m^*(T)$. Таким образом, баллистическая часть задачи оптимизации (1) сводится к определению зависимостей $\bar{u}_{opt}(t, \bar{p})$ и $\bar{b}_{opt}(\bar{p})$, доставляющих минимум

$$T_m^*(T):$$

$$T_m^*(T, \bar{p}) = \min_{\bar{u}(t) \in U, \bar{b} \in B} T_m^*(T = fixe, \bar{x} \in X, \bar{u}(t), \bar{b}, \bar{p}),$$

$$\bar{u}_{opt}(t) = \arg \min_{\bar{u} \in U, \bar{b} \in B} T_m^*(T = fixe, \bar{x}(t, \bar{u}, \bar{b}) \in X, \bar{u}(t), \bar{b}),$$

$$\bar{b}_{opt} = \arg \min_{\bar{u}(t) \in U, \bar{b} \in B} T_m^*(T = fixe, \bar{x}(t, \bar{u}, \bar{b}) \in X, \bar{u}(t), \bar{b}), \quad (4)$$

а проектная часть – к определению оптимального вектора \bar{p}_{opt} , обеспечивающего минимум стартовой массы КА:

$$M_0 = \min_{\bar{p} \in P} M_0(M_{III} = fixe, T_m^*(T, \bar{p}), \bar{x}_{opt}(t, \bar{p}) \in X, \bar{u}_{opt}(t, \bar{p}), \bar{p}, \bar{b}_{opt}(\bar{p})). \quad (5)$$

Задача оптимизации миссии может решаться с различной степенью точности в зависимости от выбранных моделей движения и проектного облика КА. Описываемый подход предполагает использовать последовательность уточняющихся моделей проектного облика и управляемого движения КА [3]. Различные модели, описывающие движение КА на плането- и гелиоцентрических участках траектории, будем обозначать $M_{i,j}$. Первый индекс определяет номер используемой модели планетоцентрического движения, второй – номер модели гелиоцентрического движения. Модель, являющуюся результатом аппроксимации решений, полученных на модели $M_{i,j}$, обозначим $A_{i,j}$ (рис. 2).

Отдельно выделена группа наиболее простых моделей, допускающих аналитические решения (описываются отдельные участки движения КА под действием простых, заранее известных законов управления). Уточнение описания околопланетного движения достигается за счёт учёта нецентральной гравитационного поля притягивающего тела, влияния атмосферы, притяжения

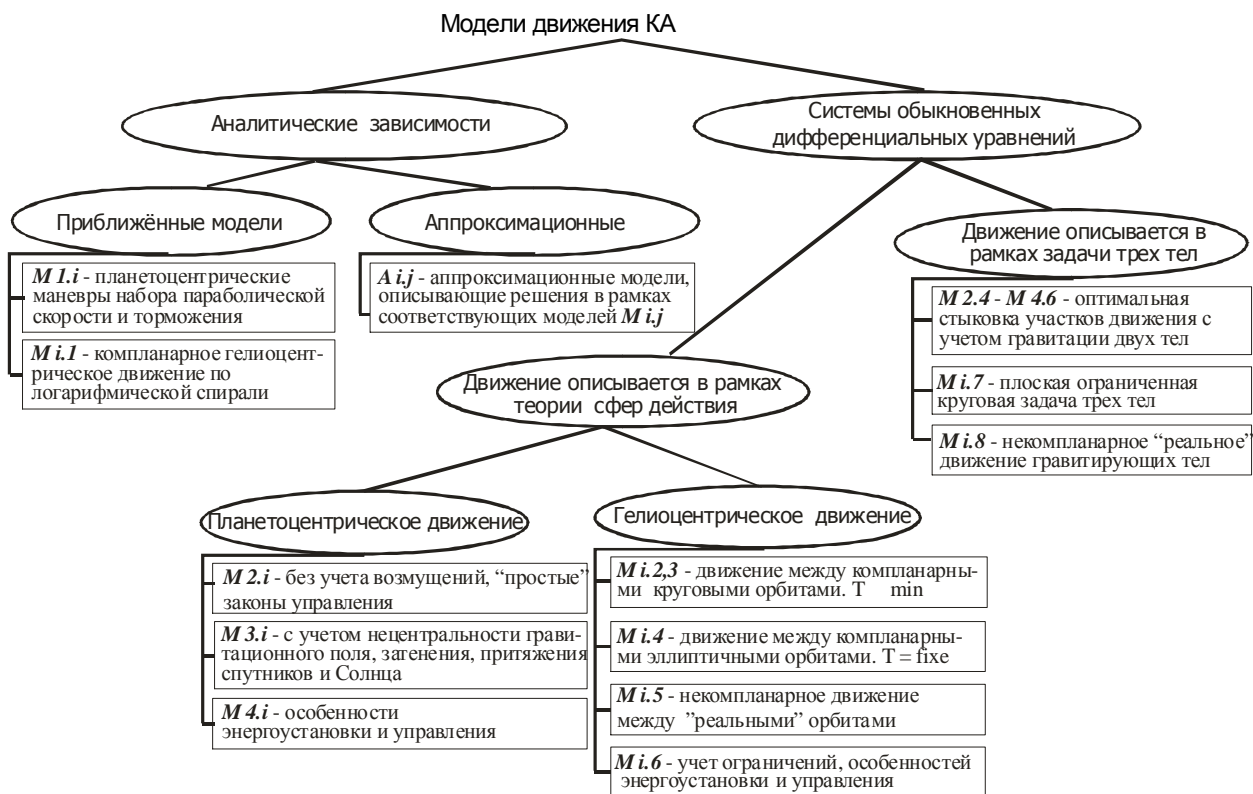


Рис 2. Структурная схема моделей движения КА, использующихся для решения баллистической части задачи оптимизации межпланетных миссий

спутников планеты и Солнца, светотеневой обстановки на орбите, способов управления и других факторов. Гелиоцентрическое движение КА уточняется за счёт учёта эллиптичности и некомпланарности орбит планет, влияния солнечной радиации и температуры на эффективность работы энергоустановки, ограничений на фазовые координаты и законы управления ДУ.

Одновременно с уточнением модели движения требуется уточнять математическое описание проектного облика КА. Наиболее простыми и часто используемыми зависимостями массы отдельных компонентов КА от проектных параметров являются линейные зависимости масс от номинальной мощности энергоустановки N_0 и тяги двигателей на орбите Земли P_0 :

$$M_{\text{Э}} = a_{\text{Э}} \cdot N_0, M_{\text{Д}} = g_{\text{Д}} \cdot P_0,$$

$$M_{\text{К}} = a_{\text{К}} \cdot N_0 + g_{\text{К}} \cdot P_0, N_0 = \frac{P_0 c_0}{2h_{\text{T}} h_{\text{ПЭ}}}, \quad (6)$$

где $a_{\text{Э}}, a_{\text{К}}, g_{\text{Д}}, g_{\text{К}}$ - соответствующие удельные массовые характеристики; $h_{\text{T}}, h_{\text{ПЭ}}$ - тяговый КПД и КПД преобразователя энергии. Учитывая (6), получим новый вид уравнения баланса масс (3):

$$M_0 = M_{\text{П}} + (a_{\text{Э}} + a_{\text{К}}) \cdot \frac{P_0 c_0}{2h_{\text{T}} h_{\text{ПЭ}}} + (g_{\text{Д}} + g_{\text{К}}) \cdot P_0 + \frac{P_0}{c_0} \cdot T_m^*(T, \bar{p}, \bar{b})(1 + k_{\text{СПХ}}). \quad (7)$$

Процесс оптимизации миссии связан с многократным решением вариационных задач об оптимальных гелиоцентрических перелётах (4) при различных значениях векторов проектных и баллистических параметров. Решение этих задач требует эвристических подходов, высокой квалификации исполнителя и не позволяет осуществить автоматизацию процесса оптимизации.

Разработанная **информационно-вычислительная система** интеллектуализирован-

ной поддержки оптимизации состоит из двух взаимосвязанных частей, предназначенных для решения проектной и баллистической задач оптимизации межпланетных миссий с МТ. В основании ИВС лежит база данных (БД) баллистических решений задачи оптимизации миссии.

Работа ИВС начинается с описания цели миссии и ограничений на проектно-баллистическую схему перелёта, определяющих множество допустимых фазовых координат $X = \{\bar{x}(t_0), \bar{x}(t_i), \dots, \bar{x}(T)\}$, задания критерия оптимальности и начального приближения для векторов проектных и баллистических параметров $\bar{z}_{TP} = (\bar{b}, \bar{p}, X)^T$.

Включённые в ИВС процедуры поиска позволяют в рамках выбранной n -ой модели найти в БД решение, наиболее близкое к требуемому \bar{z}_{TP}^n . Если такое решение для n -ой модели не найдено, то система понижает уровень сложности и поиск повторяется. При понижении сложности до первого уровня решение задачи проводится по приближённым аналитическим зависимостям (модель М 1.1). После получения начального приближения решения осуществляется его уточнение с использованием процедур перемещения в пространстве баллистических и проектных параметров, которые позволяют определить

решение задач оптимизации при незначительном изменении одного или нескольких компонентов \bar{z}^n .

При работе ИВС база данных автоматически расширяется за счёт включения в неё всех решений, полученных в процессе «перемещений» в пространстве баллистических и проектных параметров и увеличении уровня сложности моделей. При достаточном количестве решений, полученных для данной модели движения, возможно использование режима обработки данных – получения или уточнения аппроксимационных зависимостей, связывающих критерий оптимальности, начальные приближения для решения задач управления и вектор проектно-баллистических параметров. В процессе предусмотренных коррекций БД происходит удаление лишних, слишком близких друг к другу решений.

На рис. 3 показана упрощённая схема оптимизации межпланетной миссии ИВС.

Рекомендации по выбору оптимальных проектных параметров КА, управления и баллистической схемы миссии выдаются на основе решения задач математического программирования.

Методы, используемые ИВС для поиска оптимального управления. В рамках выбранной модели оптимальное управление определяется или (в соответствии с принци-

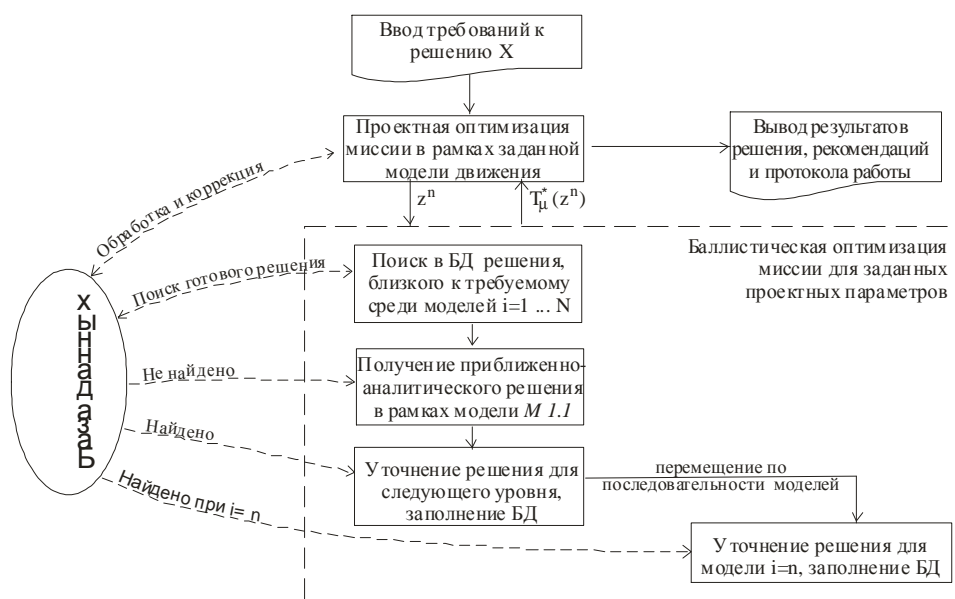


Рис. 3. Упрощённая схема оптимизации межпланетной миссии

пом максимума Понтрягина) начальными значениями сопряжённых переменных, или некоторыми другими параметрами управления. Вектор подбираемых параметров управления для n -ой модели движения обозначается $\bar{y}(\bar{z}^n)$.

В соответствии с принципом максимума оптимальное управляемое гелиоцентрическое движение на одном участке описывается сопряжённой системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_{xi}(t, \bar{x}, \bar{u}), \quad \frac{dy_i}{dt} = f_{yi}(t, \bar{x}, \bar{u}), \quad i = 1, \dots, n. \quad (8)$$

Фазовые координаты КА в начале участка являются определёнными, а начальные условия сопряжённых множителей – неизвестными:

$$t = t_0, \quad \bar{x}(t_0) = x_0, \quad \bar{y}(t_0) - \text{не определено.} \quad (9)$$

В конце участка требуется выполнение условий, определяемых целью перелёта:

$$t = t_k, \quad j_j(t_k, \bar{x}(t_k), \bar{y}(t_k)) = 0. \quad (10)$$

Значения переменных $\bar{x}(t_k)$, $\bar{y}(t_k)$ можно рассматривать как функции заданных начальных значений сопряжённых переменных $\bar{y}(t_0)$. Решение краевой задачи (8 - 10) сводится к отысканию корней системы уравнений:

$$j_j(t_k, \bar{y}(t_0)) = 0, \quad j = 1, \dots, m. \quad (11)$$

Вид функции невязок зависит от цели миссии и выбранной модели движения. Например, он может определяться граничными условиями или условиями трансверсальности. В любом случае значения функции невязок (11) определяются в результате моделирования движения КА при заданных начальных условиях и управлении. Функции невязок системы (11) очень чувствительны к начальным значениям подбираемых параметров $\bar{y}(t_0)$ и имеют многоэкстремальный, «овражистый» характер. Это их свойство обуславливает плохую сходимость задач оптимизации и значительные вычислительные труд-

ности для их решения. В работе для решения (11) предлагается модифицированный метод Ньютона с автоматической оценкой сходимости и изменением шага вычисления производных и ограничений на приращения.

Для оптимизации миссий требуется многократное решение задачи (11) при различных значениях вектора проектно-баллистических параметров $\bar{z} = (\bar{b}, \bar{p}, X)^T$. Для перемещений в пространстве этих переменных в ИВС использовался известный метод продолжения по параметру [4], который совместно с использованием последовательности усложняющихся моделей позволил автоматизировать процесс оптимизации межпланетных миссий с МТ.

Процедуры динамической обработки базы данных. В процессе работы ИВС база данных заполняется решениями баллистической части задачи оптимизации миссии. Если полученные решения описывать приближёнными аппроксимационными зависимостями, то их можно использовать в качестве начального приближения для решения задач с другими требуемыми значениями проектно-баллистических параметров и для проектной оптимизации системы без решения множества краевых задач. В ИВС эта идея реализуется в виде процедур динамической обработки полученных данных.

Решения баллистической части задачи оптимизации миссии в рамках n -ой модели сохраняются в базе данных в виде набора

$$\bar{y}(\bar{z}_i) = (T_m^*(\bar{z}_i), \bar{y}(\bar{z}_i), \bar{b}(\bar{z}_i))^T, \quad (12)$$

содержащего значение критерия оптимальности для заданного вектора проектно-баллистических параметров $T_m^*(\bar{z}^n)$; оптимальное управление, описываемое вектором подбираемых параметров $\bar{y}(\bar{z}^n)$, и баллистические параметры схемы перелета $\bar{b}(\bar{z}^n)$.

Поскольку «удачные» решения в виде наборов (12) сохраняются в базе данных, то чем дольше пользователь работает над оптимизацией данной миссии, тем больше таких решений накапливается. По запросу пользователя разработанная ИВС может получить или уточнить приближённые аппроксимаци-

онные зависимости, описывающие полученные численно результаты $y_j(\bar{z}_i)$.

Для построения аппроксимационных зависимостей $f_j(\bar{z})$ использовался метод наименьших квадратов с традиционным квадратичным критерием выравнивания. В ИВС в качестве аппроксимирующего семейства функций $f_j(\bar{z})$ избираются полиномы четвёртой степени, содержащие m коэффициентов $\bar{a}_j = (a_{j1}, \dots, a_{jm})^T$ и входных параметров $\bar{u} = (u_1, \dots, u_m)^T$, представляющих собой комбинации четвёртого порядка составляющих вектора проектно-баллистических параметров:

$$f_j(\bar{z}) = f_j(\bar{u}) = \bar{a}_j \cdot \bar{u} = \sum_{i=1}^m a_{ji} u_i. \quad (13)$$

Неизвестные векторные параметры \bar{a}_j^N в (13), полученные по N решениям, определяются в соответствии с теорией регрессионного анализа зависимостями

$$\bar{a}_j^N = P_N \cdot \sum_{k=1}^N q_k y_j(\bar{u}_k) \bar{u}_k, \quad P_N^{-1} = \sum_{k=1}^N q_k (\bar{u}_k \bar{u}_k^T). \quad (14)$$

При проведении регрессии по формулам (13) требуется обращение матрицы P_N^{-1} , размерность которой увеличивается с увеличением числа обрабатываемых решений, и размерности векторов входных переменных. Это требует больших вычислительных ресурсов и существенно замедляет процесс обработки данных. В разработанной ИВС зависимости (14) используются только на начальных этапах работы с системой, когда общее число полученных решений невелико. В дальнейшем оценки неизвестных параметров регрессии уточняются с использованием последовательного регрессионного метода [5], суть которого заключается в последовательном уточнении коэффициентов регрессионной модели с учётом новых данных.

При получении нового $N+1$ -го решения вектор неизвестных параметров уточняется по формуле

$$\bar{a}_j^{N+1} = \bar{a}_j^N + P_{N+1} q_{N+1} \bar{u}_{N+1} (y_j(\bar{z}_{N+1}) - \bar{a}_j^N (\bar{u}_{N+1})^T)^T, \quad (15)$$

где

$$P_{N+1} = P_N - P_N H_{N+1} (1 + H_{N+1}^T P_N H_{N+1})^{-1} H_{N+1}^T P_N, \\ H_{N+1} = \sqrt{q_{N+1}} \bar{u}_{N+1}.$$

Вычисления в соответствии с (15) не требуют обращения матриц, т.к. выражение $(1 + H_{N+1}^T P_N H_{N+1})$ является скаляром. При уточнении неизвестных параметров по (14) появляется возможность хранить в БД не полученные решения, а только результаты их обработки, т.е. \bar{a}_j^N и P_N , что позволяет уменьшить объём требуемой памяти и повысить эффективность работы ИВС.

В процессе численной обработки результатов решений баллистической части задачи оптимизации были получены приближённые аппроксимационные зависимости, описывающие миссии КА с солнечной энергодвигательной установкой малой тяги в рамках различных моделей движения.

Задача об оптимальном по быстродействию перелёте между круговыми компланарными орбитами без учёта расхода рабочего тела описывается в ИВС моделью М i.2 и сводится к двухточечной краевой задаче, в которой управление определяется двумя параметрами: I_0 и B . Цель перелёта задаётся безразмерным радиусом конечной орбиты r_k . Вектор проектных параметров КА содержит один компонент – уровень номинального ускорения a_0 . Баллистическими параметрами миссии являются минимальная длительность T и угловая дальность перелёта φ . Таким образом, результаты решения описываются двухпараметрическими зависимостями $T(r_k, a_0)$, $j(r_k, a_0)$, $I_0(r_k, a_0)$, $B(r_k, a_0)$, полученными численно для диапазонов радиусов конечных орбит $r_k \in [0.1; 1) \cup (1; 5]$ и номинального ускорения $a_0 \in [0.001; 5]$ мм/с². С использованием процедуры обработки БД построены соответствующие аппроксимационные зависимости. Например, на рис. 4 показана зависимость минимальной длительности перелёта в двумерном пространстве (r_k, a_0) .

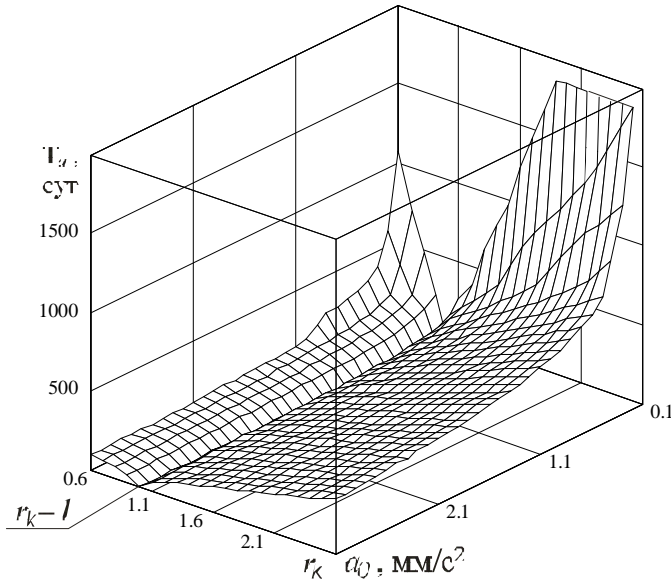


Рис. 4. Аппроксимационная зависимость $T_a(r_k, a_0)$, полученная по решениям в рамках модели М i.2

Оптимальные по быстродействию перелёты между круговыми орбитами с учётом расхода рабочего тела и изменения тяги двигателей с удалением от Солнца описываются в ИВС моделью М i.3. В этой модели управление определяется тремя параметрами: I_0 , B и P_m . Вектор проектных параметров расширяется за счёт включения скорости истечения рабочего тела c . Баллистическими параметрами решения являются минимальная длительность T , угловая дальность перелёта φ и относительный расход рабочего тела

$m = \frac{M_{PT}}{M_0}$. Таким образом, результаты решения описываются шестью двухпараметрическими зависимостями: $T(a_0, c)$, $j(a_0, c)$, $m(a_0, c)$, $I_0(a_0, c)$, $B(a_0, c)$, $P_m(a_0, c)$, полученными численно для диапазонов проектных параметров $a_0 \in [0,1; 3,1]$ мм/с², $c \in [25; 110]$ км/с и различных значений r_k .

Применение к ним описанной методики позволило получить необходимые аппроксимационные зависимости. Например, для перелёта Земля – Марс ($r_k = 1,524$) эти зависимости имеют вид:

$$T_a(a_0, c) = 0.001a_0^3c + 6.38a_0^4 - 59.097a_0^3 + 211.96a_0^2 - 0.0199a_0^2c + 6.21 \cdot 10^{-5}a_0^2c^2 - 383.43a_0 + 0.152a_0c - 0.001a_0c^2 + 2.5210^{-6}a_0c^3 - 394.04 + 1.439c - 0.02c^2 + 1.347 \cdot 10^{-4}c^3 - 0.35 \cdot 10^{-6}c^4;$$

$$j_a(a_0, c) = 5.52 \cdot 10^{-4}a_0^3c + 4.49a_0^4 - 41.547a_0^3 + 148.662a_0^2 - 0.012a_0^2c + 4.55 \cdot 10^{-5}a_0^2c^2 - 266.851a_0 + 0.073a_0c - 4.45 \cdot 10^{-4}a_0c^2 + 0.81 \cdot 10^{-6}a_0c^3 + 280.29 + 0.9c - 0.013c^2 + 0.894 \cdot 10^{-4}c^3 - 0.24 \cdot 10^{-6}c^4;$$

$$m_a(a_0, c) = -0.5 \cdot 10^{-4}a_0^3c - 0.001a_0^4 + 0.02a_0^3 - 0.1a_0^2 + 7.5 \cdot 10^{-4}a_0^2c^2 - 2.1 \cdot 10^{-6}a_0^2c^2 + 0.45a_0 - 0.01a_0c + 0.37 \cdot 10^{-4}a_0c^2 - 8.796 \cdot 10^{-8}a_0c^3 + 0.46 - 0.02c + 2.5 \cdot 10^{-4}c^2 - 1.78 \cdot 10^{-6}c^3 + 4.784 \cdot 10^{-9}c^4;$$

$$B_a(a_0, c) = -1.634 \cdot 10^{-4}a_0^3c - 0.0013a_0^4 + 0.0092a_0^3 + 0.0532a_0^2 - 0.00105a_0^2c + 6.182 \cdot 10^{-6}a_0^2c^2 + 0.209a_0 - 0.0135a_0c + 0.00016a_0c^2 - 6.268 \cdot 10^{-7}a_0c^3 + 1.918 - 0.0198c + 0.00043c^2 - 4.09 \cdot 10^{-6}c^3 + 1.403 \cdot 10^{-8}c^4;$$

$$I_{0a}(a_0, c) = 4.468 \cdot 10^{-4}a_0^3c + 0.633a_0^4 - 6.109a_0^3 + 23.51a_0^2 - 0.005a_0^2c + 0.142 \cdot 10^{-6}a_0^2c^2 - 45.99a_0 - 0.067a_0c + 7.6 \cdot 10^{-4}a_0c^2 - 2.8 \cdot 10^{-6}a_0c^3 + 96.8 - 0.15c + 0.003 \cdot 10^{-4}c^2 - 0.24 \cdot 10^{-6}c^3 + 7.554 \cdot 10^{-8}c^4;$$

$$P_{ma}(a_0, c) = -4.68 \cdot 10^{-4}a^3c - 0.002a^4 + 0.026a^3 + 0.022a^2 - 0.003a^2c + 0.17 \cdot 10^{-4}a^2c^2 + 1.079a - 0.024ac + 2.98 \cdot 10^{-4}ac^2 - 1.25 \cdot 10^{-6}ac^3 + 0.58 - 0.029c + 6.9 \cdot 10^{-4}c^2 - 6.89 \cdot 10^{-6}c^3 + 2.462 \cdot 10^{-8}c^4.$$

Для построения приближённых зависимостей, описывающих межпланетные перелёты с заданной датой старта, в ИВС используются результаты решения вариационных задач в рамках модели М i.3 при фиксированной угловой дальности перелёта. Если угловая дальность и длительность перелёта фиксированы одновременно, то однозначно определяется угловое расстояние Dj между планетами старта и назначения, при котором КА достигнет планеты назначения:

$$Dj = j - T \cdot w_k, \quad (17)$$

где w_k - средняя угловая скорость планеты назначения. Зависимости минимальной длительности перелётов $T_{\text{inf}}(Dj)$ и относительного расхода рабочего тела $m_{\text{sup}}(Dj)$ имеют вид кривой с одним минимумом и горизонтальной асимптотой (локон Аньези):

$$f(Dj) = a_1 + a_2 \frac{|Dj - a_3|^{a_4}}{a_5 + |Dj - a_3|^{a_4}}, \quad (18)$$

где a_1 - минимальные значения аппроксимируемых функций $T(a_0, c)$, $j(a_0, c)$, $m(a_0, c)$, найденные по формулам (16); $a_3 = Dj_0$ равен оптимальному угловому положению между планетами старта и финиша и рассчитывается по (17). Коэффициент a_2 определяется по

методу наименьших квадратов. Для проектных параметров $a_0 \in [0, 1; 5]$ мм/с², $c \in [20, 150]$ км/с получены требуемые аппроксимационные зависимости [1]. Например, на рис. 5 показана аппроксимационная зависимость длительности перелёта Земля-Мартс от стартового положения планет.

Для приближённого описания оптимальных по расходу РТ гелиоцентрических перелётов КА с солнечной ЭДУ в рамках ИВС используется модель М i.4. Относительный расход РТ m на перелет заданной длительности T приближённо описывается формулой

$$m_a(T, Dj, a_0, c) = m_{\text{inf } a} + \frac{(m_{\text{sup } a} - m_{\text{inf } a})}{(T - T_{\text{inf } a}) \cdot (m_{\text{sup } a} - m_{\text{inf } a}) + a_1}, \quad (19)$$

где $m_{\text{inf } a}$ - наименьший расход РТ, зависящий от стартового положения планет, который рассчитывается как расход РТ, необходимый на двухимпульсный гелиоцентрический перелёт по эллипсу Гомана; $m_{\text{sup } a}$ - расход РТ на оптимальный по быстродействию перелёт, полученный по (16). На рис. 6 показаны диаграммы «расход рабочего тела - длительность перелёта» для различных стартовых положений планет, построенные по аппроксимационным формулам для миссии Земля-Мартс.

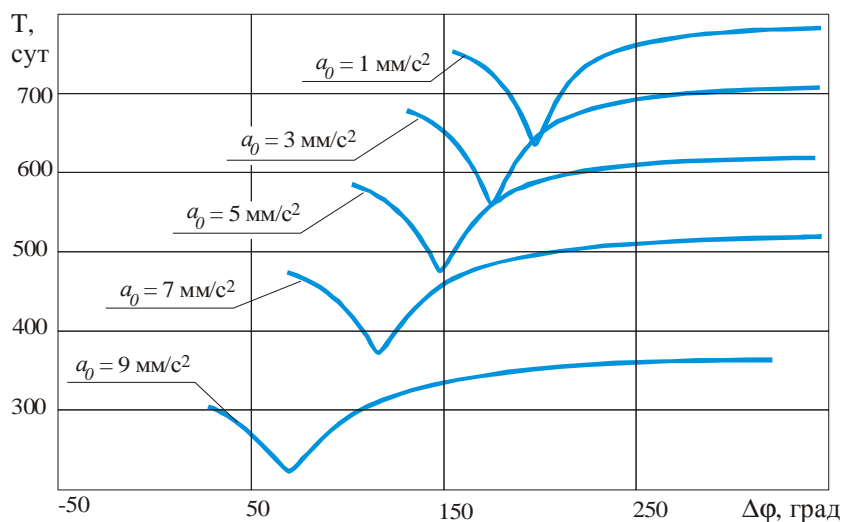


Рис. 5. Зависимость $T_{\text{inf } a}(Dj, a_0, c)$ для миссии Земля-Мартс

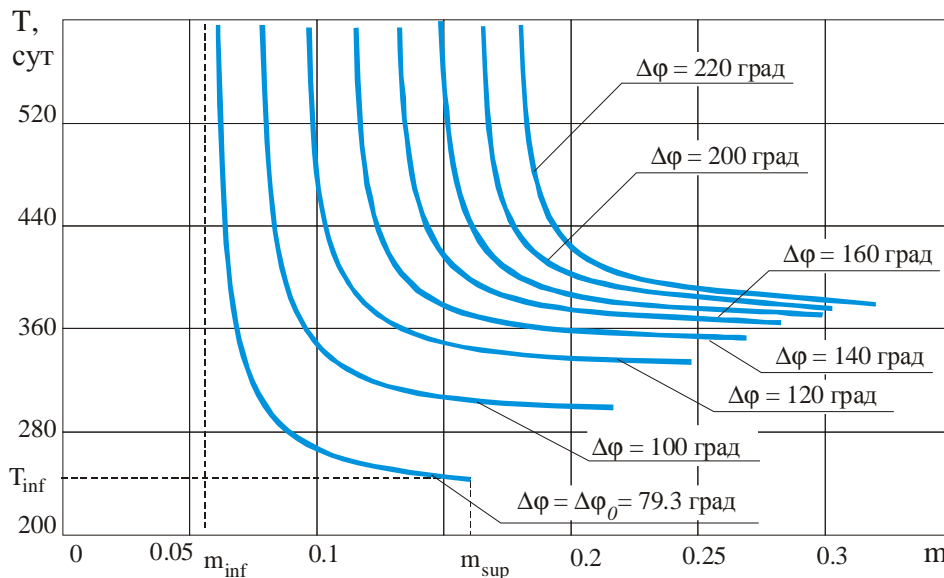


Рис. 6. Диаграммы «длительность перелёта - расход рабочего тела» для миссии Земля-Марс

Результаты оптимизации миссии Земля-Марс. Вектор проектно-баллистических параметров миссии содержит номинальное ускорение от тяги двигателей, скорость истечения рабочего тела и дату старта перелёта D_o . Алгоритм проектно-баллистической оптимизации миссии в этом случае может быть описан итерационной процедурой, которая основана на последовательном расчёте плането- и гелиоцентрических участков траектории и получении зависимости критерия оптимальности M_o от вектора проектно-баллистических параметров. Решение задачи оптимизации (1) проводится с использованием известных методов математического программирования.

В таблице 1 представлены результаты оптимизации доставки полезного груза массой 2000 кг на орбиту спутника Марса для различной длительности миссии. Расчёты проводились при следующих значениях удельных проектных параметров, входящих в массовую модель КА (7): $g_{СПХ} = 0,01$, $g_K = 0,75$, $g_D = 70$, $a_{\text{Э}} = 6$, $a_K = 9,5$, $h_T \cdot h_{ПЭ} = 0,75$, запасы рабочего тела на управление составляли 2 % от рабочего тела, необходимого для полёта по программной траектории. Приведённые результаты получены с использованием приближённых аппроксимационных формул и по модели М 3.4

Таблица 1. Оптимальные проектно-баллистические параметры миссии доставки полезной нагрузки массой 2000 кг на ареоцентрическую орбиту в зависимости от длительности экспедиции, рассчитанные по моделям М 1.1 и М 3.4

T, сут	Модель М 1.1 (приближённые зависимости)					Модель М 3.4				
	P_{opt} , Н	C_{opt} , км/с	D_{opt}	M_K , кг	M_o , кг	P_{opt} , Н	C_{opt} , км/с	D_{opt}	M_K , кг	M_o , кг
600	1,26	108,97	16.03.2013	2890	3680	1,26	108,96	15.03.2013	2880	3630
550	1,48	99,72	22.03.2013	2950	3870	1,48	99,71	21.03.2013	2940	3780
500	1,77	93,16	30.03.2013	3050	4110	1,77	93,14	29.03.2013	3040	4000
450	2,20	85,74	8.04.2013	3190	4450	2,20	85,73	7.04.2013	3180	4300
400	2,80	71,22	16.04.2013	3290	4990	2,80	71,20	15.04.2013	3280	4740
350	3,99	69,97	25.04.2013	3740	5820	3,99	69,96	24.04.2013	3730	5520

(рис. 2). Сравнение этих результатов показывает, что погрешности расчёта оптимальных проектных и баллистических параметров не превышают 0,1 %, а стартовая масса КА получается несколько завышенной (не более 5 %).

Таким образом, разработанная ИВС показала свою эффективность для оптимизации миссии Земля-Мартс и может быть использована для интеллектуальной поддержки процессов анализа и синтеза межпланетных миссий КА с двигателями малой тяги.

Библиографический список

1. Ишков С. А., Милокумова О. Л., Салмин В. В. Оптимизация замкнутых межпланетных перелетов Земля-Мартс-Земля с малой тягой //Космические исследования. - 1995. - Т.33, Вып.2. – С. 210-219.
2. Салмин В. В., Ишков С. А., Старинова О. Л. Методы решения вариационных задач механики космического полета с малой тягой. – Самара: Изд. Самарского научного центра РАН, 2006.
3. Старинова О. Л. Итерационная оптимизация гелиоцентрического движения космического аппарата с двигателями малой тяги // Сборник трудов 13-го Всероссийского семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. – Самара: Изд. СГАУ, 2007. – С. 201-212.
4. Старинова О. Л. Оптимизация движения космического аппарата с двигателем малой тяги в системе Земля-Луна // Известия СНЦ РАН, Том 8 №3(17). – Самара, 2006. – С. 824-833.
5. Гроп Д. Методы идентификации систем. - М.: Мир, 1979.

Информация об авторе

Старинова Ольга Леонардовна, доцент кафедры летательных аппаратов, СГАУ, кандидат технических наук. Область научных интересов: динамика, баллистика и управление движением космических аппаратов с малой тягой, теория оптимального управления.