УДК 656.1

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГОРОДСКОЙ ТРАНСПОРТНОЙ МАРШРУТНОЙ СЕТИ

© 2008 С. В. Белокуров

Воронежский институт МВД России

Рассмотрены вопросы построения моделей кольцевых маршрутных сетей с учётом специфики городского пассажирского транспорта (ГПТ).

Городской пассажирский транспорт, кольцевые маршруты, моделирование

Кольцевые маршруты являются наиболее важными маршрутами в социально-экономической системе пассажирских перевозок. Несмотря на то, что они заранее имеют низкий коэффициент прямолинейности, сложности в организации межрейсового отдыха и часто не отвечают условию кратчайшего пути, эти маршруты очень удобны для пассажиров, поскольку в определённых ситуациях они имеют возможность осуществить корреспонденцию в любом из направлений. Кроме того, при правильной организации кольцевых маршрутов их эффективность выше большинства маятниковых маршрутов, что подтверждают проведённые исследования [1-6].

Формирование множества кольцевых маршрутов m_k можно осуществить за несколько этапов (для каждого скоростного маршрутного коридора и вида транспорта) с использованием процедур теории графов. Для этого, в первую очередь, во всех подграфах G_m (V_m, D_m) (далее G_m) графа G_K\` (V, D) осуществляется проверка наличия линий сообщения тем видам транспорта, которым они принадлежат. Расчёт осуществляется для каждого подграфа G_m с учётом введённых на него ограничений.

<u>Этап первый.</u> Осуществление процедуры поиска гамильтоновых циклов в G_m с использованием среднесуточной матрицы пассажирских корреспонденций и на основе метода перебора Робертса-Флореса и мультицепного метода Г. Селби.

Цикл графа называется гамильтоновым, когда он проходит через каждую вершину гамильтоновой цепи. Гамильтонова цепь графа – простая цепь, проходящая через каждую вершину графа точно один раз. Граф называется гамильтоновым, если он обладает гамильтоновым циклом.

Метод перебора Робертса-Флореса основан на формировании одной гамильтоновой цепи, непрерывно продлеваемой до момента получения гамильтонова цикла или получения информации, что такой цикл в графе G_m отсутствует. В последнем случае цепь модифицируется некоторым систематическим способом, после чего продолжается поиск гамильтонова цикла. Сложность метода здесь $O\ (n^4)$.

Расчёт по данному методу начинается с построения матрицы $M = \|\mathrm{v}_{ij}\|$, где элемент v_{ij} – некоторая i-я вершина, для которой в графе G_m существует дуга (j, i). Обозначим вершину i через x_i, а вершину j через x_j. Тогда в графе G_m (V_m, D_m) существует множество $D_m(x_j)$, в котором вершины x_i можно упорядочить произвольно в столбце j матрицы M. При этом число строк k соответствует наибольшей полустепени исхода вершины.

Первоначально выбирается некоторая начальная вершина x_1, которая образует элемент множества S. Это множество сохраняет найденные вершины строящейся цепи. К S добавляется первая возможная вершина a (возможная, поскольку она ещё не принадлежит S) в столбце x_1, затем первая возможная вершина b в столбце a, потом первая возможная вершина c в столбце b и т.д. На некотором шаге r возникает одна из двух причин, по которой некоторая вершина не может быть включена в $S = \{x_1, a, b, c, ..., x_{r-1}, x_r\}$:

1) в столбце x_r нет возможной вершины;

2) цепь, определяемая последовательностью вершин в S, имеет длину n-1, т.е. является гамильтоновой цепью.

Для более полного приближения рассматриваемого метода к построению кольцевых маршрутов модернизируем предложенный алгоритм, введя дополнительное условие.

В основе построения гамильтоновой цепи должна лежать матрица среднесуточных пассажирских корреспонденций $\left\| x_{ij}^{cc} \right\|$, формирующая граф G_m. Поскольку кольцевой маршрут рационально применять на основных корреспондирующих направлениях, при переходе от некоторой вершины a к некоторой вершине b в S в процессе построения цикла преимущество выбора того или иного направления отдаётся той из вершин b, корреспонденции пассажиров в которую будут максимальны, т.е. $(a_i, b_j) \to \max$.

В случае 2 в G_m или оказывается сформированным гамильтонов цикл, поскольку существует дуга (x_r, x_1), или гамильтонов цикл отсутствует вследствие отсутствия такой дуги. В случае нахождения гамильтонова цикла результат сохраняется, а расчёт производится заново. При этом последняя включённая вершина x_r удаляется из S, формируя множество $S = \{x_1, a, b, c, ..., x_{r-1}\}$ и добавляя к этому множеству первую возможную вершину, следующую за x_r в столбце x_{r-1} матрицы M. Затем выполняются следующие итерации до тех пор, пока в S остаётся единственная вершина x_1 и считается, что все гамильтоновы циклы в графе G_m найдены.

На некотором этапе построенная цепь задается множеством $S = \{x_1, x_2, ..., x_r\}$ и следующей вершиной, которую предполагается добавить к S ($x' \in S$). Эта вершина является изолированной в подграфе графа G_m, остающемся после удаления всех вершин, образующих построенную ранее цепь, и возникают две ситуации.

а) Если

$$\exists \;\; x \in X - S \;\; | \;\; x \in D(x_r), \;\; D^{-1}(x) \subseteq S,$$

то, добавляя к S любую вершину $x' \neq x$, невозможно достичь из какой-либо конечной вершины построенной цепи вершины x. Следовательно, гамильтонов цикл недостижим, а x является единственной вершиной, которую можно добавить к S для продолжения цепи.

б) Если

$$\exists \;\; x \in X - S \;\; | \;\; x \in D^{-1}(x_1), \;\; D(x) \subset S \cup \{x'\} \;\; \forall \;\; x',$$

то x' не может быть добавлена к S, поскольку в остающемся подграфе не может существовать никакой цепи между x и x_1. При этом цепь, определяемая множеством $S \cup \{x'\}$, не может привести к гамильтонову циклу, а в качестве кандидата на добавление к множеству S следует рассмотреть другую вершину, отличную от x'.

Метод нахождения гамильтоновых циклов в графе G_m Робертса-Флореса недостаточно полно рассматривает оставшуюся часть графа. Данную проблему решает применение мультицепного метода, позволяющего достичь сложности этих двух методов менее $O\,n^3$).

Мультицепной метод заключается в следующем. Пусть на некотором этапе поиска сформирована цепь S_0 и возможны цепи S_1, S_2, … Выбирается некоторая некрайняя вершина, и поскольку она включена в цепь с помощью двух дуг, очевидно, что все другие дуги этой вершины могут не рассматриваться и могут быть удалены из G_m.

Для любой начальной вершины цепи можно удалить все дуги, исходящие из неё, а для конечной – все дуги, оканчивающиеся в ней. Во всех случаях, если существует более одной гамильтоновой цепи S_0, проходящей через все вершины G_m, любая имеющаяся дуга, ведущая из конца любой цепи в начальную вершину этой же цепи, может быть удалена, т.к. такая дуга замыкает негамильтоновы циклы.

В результате удаления всех этих дуг формируется граф, не включающий крайние вершины цепей, в которых удаляются все вершины и дуги, инцидентные им из графа G_m, заменяя все их единственной дугой. Таким образом, формируется редуцированный граф G_k (k – индекс номера шага поиска).

Продолжение цепи S_0 возможно за счёт добавления вершины x_j (возможной в смысле алгоритма Робертса-Флореса) такой, что в G_k существует дуга, исходящая из конечной вершины S_0 (обозначим: $e\ (S_0)$) и входящая в вершину x_j.

Добавление x_j к S_0 осуществляется следующим образом.

1) Первоначально из G_k удаляются все необходимые дуги:

- все дуги, оканчивающиеся в x_j или исходящие из $e\ (S_0)$, за исключением дуги $(e\ (S_0), x_j)$;

- все дуги, исходящие из x_j в начальную вершину пути S_0;

- если x_j оказывается начальной вершиной другой цепи S_j, то следует удалить также любую дугу, ведущую из конечной вершины цепи S_j в начальную вершину цепи S_0.

2) Обозначим граф после удаления всех дуг через $G`_k$. Если $\exists \ \ x \in G_k' \ \ | \ \ x \not\subset S_0, S_1 \ldots$, в смысле конечной вершины и после удаления имеет полустепень захода $\left|D_{k'}^{-1}(x)\right| = 1$, то исключаются все дуги, исходящие из вершины $v = D_k^{-1}(x)$, за исключением дуги (v, x). Далее, если $\exists \ \ x \in G_k$, не являющаяся начальной ни для какой цепи и имеющая после удаления дуг полустепень исхода $\left|D_{k'}(x)\right| = 1$, то исключаются все дуги, исходящие из x, кроме дуги $(x, D_{k'}(x))$. После этого производится перестроение всех цепей с удалением всех дуг, ведущих из конечных в начальные вершины. Шаг 2 повторяется до тех пор, пока существует возможность удалять дуги.

3) Из оставшегося графа $G`_k$ исключаются все вершины, полустепени захода и исхода которых $\left|D_{k'}(x)\right| = 1$. В результате получается новый редуцированный граф G_{k+1}, заменяющий предыдущий граф G_k. Производится возврат к шагу 1.

<u>Этап второй.</u> На основе множества сформированных гамильтоновых циклов, учитывающих среднесуточные корреспонденции пассажиров между *ij*-ми остановочными пунктами (ОП), необходимо ранжировать все их по возрастанию среднесуточной пассажиронапряжённости. Для этого используем метод пирамидальной сортировки (алгоритм Уильямса и Флойда) как один из наиболее эффективных методов сложностью $O\ (n \log n)$. Пирамида – бинарное дерево высотой k, в котором все узлы имеют глубину k или k-1. При этом уровень k-1 заполнен полностью, а уровень k заполнен слева направо. Она обладает свойством: каждый элемент пирамиды меньше или равен его родителю. Таким образом, формируется последовательность элементов

$$a[0], a[1], a[2] \ldots a[k] \ \ | \ \ a[i] \Leftarrow a[2i], \ \ a[i] \Leftarrow a[2i+1] \ \ \forall i = \overline{0, k/2},$$

Алгоритм пирамидальной сортировки заключается в том, что элементы некоторого массива a образуют пирамиду, если для всех значений i выполняются условия:

$$a[i] \Leftarrow a[2i] \text{ и } a[i] \Leftarrow a[2i+1].$$

Начать построение пирамиды можно с $a[k] \ldots a[n]$, $k = [size/2]$. Эта часть массива удовлетворяет свойству пирамиды, так как не существует таких индексов i, j, при которых $i = 2i + 1$ (или $j = 2i + 2$) просто потому, что такие i, j находятся за пределами рассматриваемого массива.

Чтобы при добавлении элемента сохранялась пирамидальность, используется процедура расширения пирамиды $a[i+1] \ldots a[n]$ на элемент $a[i]$ со смещением влево:

а) новый элемент $a[i]$ помещается в вершину дерева;

б) из листьев слева $a[2i+1]$ и справа $a[2i+2]$ выбирается лист с наибольшим значением;

в) если этот элемент больше $a[i]$, производится замена местами этого элемента с $a[i]$ и возвращение к шагу б).

Если шаг в) не выполняется, то сортировка считается завершённой.

<u>Этап третий.</u> После этапа ранжирования выбирается маршрут m_{max} с максимальными корреспонденциями, на основе которого и подбираются все кольцевые маршруты, смежные хотя бы одним ребром с m_{max}.

Маршрут m_{max} является вершиной сформированной пирамиды, а смежные с ним маршруты определяются на основании принадлежности m_{max} корреспонденций между пунктами ij. Поиск таких циклов можно осуществить, используя процедуру поиска в глубину для каждого из рёбер маршрута m_{max}.

Эту процедуру можно значительно упростить, поскольку все гамильтоновы циклы, составляющие контуры пассажирских корреспонденций маршрутов, определены. Следовательно, каждый из таких циклов содержит информацию о направлении корреспонденций и информацию о смежности вершин ij. Для решения поставленной задачи следует на основании сформированной пирамиды маршрутов и данных о смежности вершин m_{max} поочерёдно определить всю совокупность смежных рёбер маршрутов с маршрутом m_{max}.

Если хотя бы одно ребро маршрута m_i соответствует одному из рёбер m_{max}, то этот цикл обозначается пометкой, формируя некоторый массив M. На основании M производится новая пирамидальная сортировка.

Этап четвёртый. Исследование и включение в циклы конечных пунктов производится на основании матриц $\|v_{кп}\|$ и $\|l_{ij}^{в}\|$. Используя матрицу $\|v_{кп}\|$, определяем, какое количество выделенных вершин циклов является конечными пунктами. В случае, если ни одна из вершин не является конечным пунктом, используя процедуру поиска в графе G_m, к совокупности полученных вершин добавляем одну или две вершины при условии их равной удалённости друг от друга и максимального приближения к вершинам цикла.

Таким образом, в каждом цикле должна присутствовать хотя бы одна вершина, являющаяся конечным пунктом. Если такая вершина отсутствует, то применяется многоитерационная процедура нахождения кратчайших путей между всеми парами вершин с использованием алгоритма Флойда, имеющего сложность $O(n^3)$.

Для расчёта используется множество вершин циклов m_i, а в качестве вершин назначения граф $G_v(V, D, l_{ij}^{в})$, сформированный на схеме управления дорожной сетью (УДС), где в качестве вершин отмечены только вершины $v_{кп}$. Включение в цикл конечного пункта происходит следующим образом. На основании сформированной на втором этапе пирамиды в граф G_v поочерёдно включаются полученные ранее гамильтоновы циклы. После включения цикла m_i производится определение кратчайших расстояний.

Пусть граф $G_v = (V, D, l_{ij}^{в})$ задан матрицей весов L, где $L[i, j] = l_{ij}^{в}(v_i, v_j)$, и $L[i, j] = \infty$ (в программной реализации заменяется очень большим числом), если дуги (v_i, v_j) в сети нет. Обозначим через $l_k(i, j)$ длину кратчайшего пути из v_i в v_j, все промежуточные вершины которого содержатся во множестве $\overline{v_1, v_k}$, т.е. содержатся в первых k вершинах. Предполагается, что $l_o(i, j) = L[i, j]$. Пусть $l_k(i, j)$ вычислено при всех $i, j = \overline{1, n}$ и некотором $k \geq 0$. Тогда справедливо равенство

$$l_{k+1}(i, j) = \min\left(l_k(i, j), l_k(i, k+1) + l_k(k+1, j)\right). \qquad (1)$$

Равенство (1) позволяет легко находить расстояния между всеми парами вершин. Для этого нужно последовательно вычислить для всех пар вершин значения $l_o(i, j)$, $l_1(i, j)$, ... , $l_n(i, j)$ и учесть, что расстояние от v_i до v_j равно $l_n(i, j)$.

После выполнения этой процедуры из всей совокупности кратчайших расстояний необходимо оставить только те из них, у которых вершины цикла m_n и графа G_v являются инцидентными.

Следующим действием является временное добавление к системе весов матрицы пассажирских корреспонденций Q_{ij}, и из всей совокупности кратчайших путей выбирается тот, который соответствует условию

$$l_{ij} \to \min; \quad Q_{ij} \to \max$$

или

$$\frac{Q_{ij}}{l_{ij}} \to \max . \qquad (2)$$

Условием (2) определяется возможная выгода от взаимодействия рассматриваемого конечного пункта с циклом m_n.

Полученный таким образом конечный пункт включается в цикл. Формируется шаблонный граф $G`_v$, в котором вес рёбер цикла снова соответствует $G_v = (V, D, l_{ij}^{в})$. Из него исключаются все вершины, инцидентные ближайшей к найденному конечному пункту, кроме него самого, на расстоянии l_m / 3 в каждую сторону от конечного пункта. Это условие обусловлено необходимостью максимально допустимого отдаления двух конечных пунктов друг от друга.

С учётом образованной цепи ей возвращаются исходные веса, соответствующие величине пассажирских корреспонденций с учётом усечённого цикла m_n до некоторой цепи, и повторяется алгоритм Флойда. По завершении алгоритма на основании (2) определяется второй конечный пункт цикла при условии

$$\frac{Q_{ij}}{l_{ij}} \to \max; \quad l_{кп1\text{-}кп2} \to \max. \tag{3}$$

После этого производится возврат к исходному циклу m_n графа G_m с добавлением в него двух дополнительных вершин: двух конечных пунктов маршрута.

<u>Этап пятый.</u> Для всех найденных маршрутов, включая m_{max}, производится расчёт нахождения кратчайших маршрутов на УДС города между всеми вершинами цикла m_{max} в период максимального пассажиропотока. Для этого используем граф G_m, множество вершин m_{max}, включая конечные пункты, матрицы $\|[n]\|$, $\|x_{ij}^{cc}\|$ и $\|l_{ij}\|$.

Поскольку граф G_m рассматривается для каждого вида и типа транспортных средств, при формировании ограничений существует возможность перейти от $[n]$ к $[Q]$. Среднечасовую величину $[Q]$ можно определить как

$$[Q] = [n] \cdot q_n, \tag{4}$$

где $[n]$ – ограничения по транспортной вместимости ОП для k-го скоростного транспортного коридора; q_n – вместимость транспортного средства рассматриваемого типа.

Количество поступающего транспорта на ОП напрямую зависит от времени посадки-высадки пассажиров, а следовательно, от допустимого интервала поступления транспорта на ОП. Принимается допустимый интервал поступления транспорта на ОП в период максимального пассажиропотока: J_{min} = 1 мин, J_{max} = 4 мин, т. е. вводится ограничение вида

$$J_{\min} \le J_i \le J_{\max}. \tag{5}$$

Поскольку

$$J_i = \frac{DT_{пп}}{n} \;\Rightarrow\; [n] = \frac{DT_{пп}}{J_i}, \tag{6}$$

где J_i – интервал поступления транспорта на i-й ОП; $\Delta T_{пп}$ – период устойчивого пассажиропотока.

Тогда допустимое ограничение по величине пассажиропотока через i-й ОП с учётом (4) и (6) составит

$$[Q] = \frac{60 \cdot \; T_{пп} \cdot q_n}{J_i}. \tag{7}$$

С учётом условия (5) имеем:

$$Q_{\min} \le Q_i \le Q_{\max}.$$

Следует также учесть, что для неосновных маршрутов данное условие сохраняется в нижней части ограничения, т.е. $Q_{\min} \le Q_i$. Верхнее ограничение может быть задано экспертом, исходя из целесообразности.

Определив пропускную способность всех ОП, можно переходить непосредственно к построению маршрута. Для этого используем задачу определения потока минимальной стоимости. Введём важное допущение: степень вершин в кольцевом маршруте составляет $k = 2$, то есть имеется возможность объединить i-ю вершину с ij-м перегоном. Такой смежный участок обладает пропускной способностью Q_i и весом t_c, который обозначает время посадки-высадки пассажиров на i-м ОП и время осуществления корреспонденции пассажиров от i-го ОП к j-му. С учётом введенных ограничений используем УДС и рассматриваем каждую смежную вершину как двудольный граф (рис. 1), когда он не со-

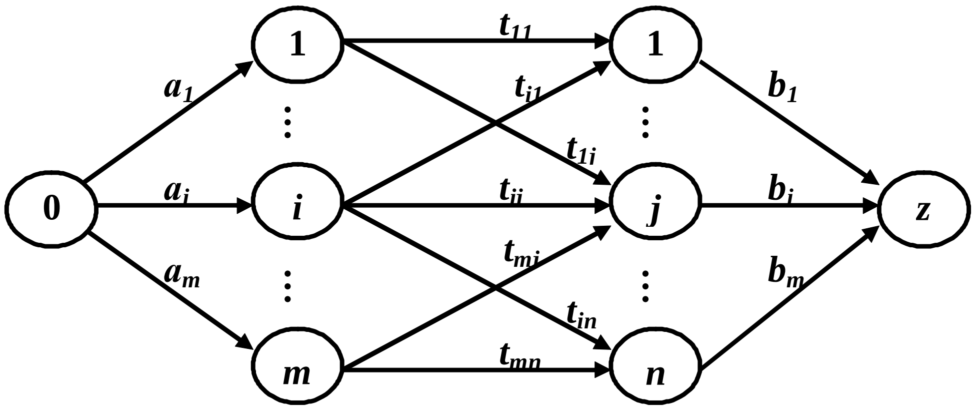

Рис. 1. Общий вид двудольного графа

держит циклов нечётной длины или когда в нём все простые циклы имеют чётную длину (теорема Кернига). Вершины графа представляют истоки m и стоки n. Истоки m обладают некоторым объёмом корреспонденций $a_i, i=\overline{1,m}$, требуемых для перемещения в стоки n, принимающие эти корреспонденции в объёме $b_i, i=\overline{1,n}$. Известны затраты времени t_{ij} на корреспонденцию пассажиров от i-го ОП к j-му.

Вводится предположение о замкнутости задачи

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{i=1}^{n} b_i . \qquad (8)$$

К двудольному графу (рис. 1) добавляются вход 0 и выход z, смежные вершинам определённого ранее гамильтонова цикла. Соединяя их с остальными дугами, обладающими потоком

$x_{0i} = a_i, i=\overline{1,m}$, $x_{jz} = b_j, j=\overline{1,n}$,

можно сформулировать задачу о потоке минимальной стоимости. Её математическая интерпретация имеет вид

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} x_{ij}t_{ij} \to \min, \begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, i=\overline{1,m}, \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = b_j, j=\overline{1,n}, \\ x_{ij} \ge 0. \end{cases} \qquad (9)$$

Решение задачи возможно за счёт использования алгоритма выявления отрицательных циклов. Пусть в графе существует допустимый поток i со значением v и величина его известна. Такой поток может быть получен с помощью алгоритма максимального потока (от s к t) и добавления потока общей величины d (t) на всех аргументальных цепях до тех пор, пока поток f_{st} не достигнет значения v, которое по условию меньше значения максимального потока.

Для этого допустимого потока определяется новый инкрементальный граф

$$G^m(x) = \left(X^m, A^m\right).$$

Для каждой дуги $\left(x_i^m, x_j^m\right) \in A_1^m$ положим $t_{ij}^m = t_{ij}$. Для каждой дуги $\left(x_j^m, x_i^m\right) \in A_2^m$ положим $t_{ji}^m = -t_{ij}$. Новый граф $G^m(x)$ дает инкрементальные пропускные способности и стоимости (относительно начального потока x) любого дополнительного потока, введённого в G. Алгоритм основан на следующей теореме.

Теорема. Поток x будет потоком минимальной стоимости со значением v тогда и только тогда, когда в $G^m(x)$ не существует никакого цикла Ф, сумма стоимости дуг которого отрицательна.

В соответствии с этой теоремой всё, что требуется для нахождения потока минимальной стоимости со значением v, это начать с допустимого потока x со значением v, построить граф $G^m(x)$ и проверить, нет ли в нём циклов с отрицательной стоимостью, используя любой из алгоритмов нахождения кратчайшей цепи. Если не существует никакого цикла с отрицательной стоимостью, то поток будет потоком минимальной стоимости. Если цикл Φ с отрицательной стоимостью существует, то надо направить по нему поток с максимально возможным значением d. Суммарный поток от s к t не изменит своего значения v, а его стоимость уменьшится на $d \cdot t(\Phi)$, где t (Ф) – величина стоимости отрицательного цикла. Очевидно, d должно быть выбрано так, чтобы пропускные способности дуг в $G^m(x)$ не превышались:

$$d = \min_{\left(x_i^m, x_j^m\right) \in \Phi} \left[Q_{ij}^m \right]. \tag{10}$$

Если этот поток d наложить на поток x в графе G, то, в силу первоначального выбора пропускных способностей дуг в $G^m(x)$, результирующий поток всё ещё будет допустимым. Процесс можно повторять, начиная его с полученного нового потока x, строя новый граф $G^m(x)$ относительно нового потока и выявляя в этом графе циклы с отрицательной стоимостью.

Этап шестой. На основании результатов построения совокупности кольцевых маршрутов производится расчет основных показателей с учётом двунаправленности каждого кольцевого маршрута и производится выбор наиболее эффективного $m_э$ из них. Для этого используем основные показатели при выявлении основных факторов, влияющих на эффективность ГПТ.

Поскольку маршруты являются сформированными как по корреспонденциям пассажиров, так и по размещению их на маршрутной сети, в первую очередь определяются основные маршрутные показатели для каждого из направлений за период максимального пассажиропотока: протяжённость маршрута l_m; время выполнения рейса t_p; общий объём пассажирских корреспонденций ΣQ_{ij}; максимальный пассажиропоток по каждому перегону Q_m^{max}; максимальный пассажиропоток на маршруте ΣQ_m^{max}; необходимое количество транспорта на линии n_m.

Далее определяются: среднее расстояние ездки пассажира l_{en}; коэффициент наполнения транспорта γ в «пиковый» период; коэффициент неравномерности пассажиропотока по длине маршрута в период максимального пассажиропотока; среднесуточный коэффициент неравномерности пассажиропотока.

После определения всех показателей производится выбор наиболее рационального маршрута. При этом, поскольку многофакторная задача крайне усложняет этот процесс, используем показатели, которые в наибольшей степени затрагивают социальную и экономическую составляющие пассажирских перевозок.

На предыдущем этапе, по сути, область поиска была сужена с учётом допустимости количества транспорта n_m, пропускной способности ОП, максимального обеспечения пассажирских корреспонденций Q_{ij} и минимизации времени, затрачиваемого пассажирами на осуществление корреспонденций. Следовательно, по каждому из рассматриваемых маршрутов социальная составляющая обеспечена, как минимум, удовлетворительно. Задача упрощается, и в качестве основного критерия оптимальности между совокупностью рассматриваемых маршрутов может выступить приведенная часовая производительность по каждому из маршрутов

$$W_m = \frac{\sum Q_{ij} \cdot l_{ij}}{DT_{сут} \cdot l_m} \quad | \quad W_m \to \max, \tag{11}$$

где $\sum Q_{ij} \cdot l_{ij}$ – пассажирооборот маршрута m; $DT_{сут}$ – суточная продолжительность работы маршрута; l_m – протяжённость маршрута; Q_{ij} – корреспонденции пассажиров по кратчайшему пути из пункта i в пункт j; l_{ij} – расстояние ездки пассажира при осуществлении корреспонденции Q_{ij}. Формула (11) представляет собой плановый пассажирооборот, приходящийся на один километр маршрута и обеспеченный за период его работы. Необходимость введения приведённой производительности связана с тем, что протяжённость всех маршрутов различна. Следовательно, в результате нахождения маршрута согласно (11) наиболее эффективным будет маршрут $m_i(W_m^{\max}) = m_Э$.

Этап седьмой. Выбранный маршрут $m_э$ включается в схему УДС города и предлагается к рассмотрению эксперту с рекомендацией принятия маршрута. Если маршрут принимается экспертом, то из графа G_m исключается весь объём корреспонденций, обслуживаемых выбранным маршрутом $m_э$, из матриц пропускной способности ОП $\|[n]\|$, среднесуточных корреспонденций $\|x_{ij}^{cc}\|$ и корреспонденций периода устойчивого пассажиропотока $\|x_{ij}^{Dt}\|$. Из рассмотрения исключается всё множество кольцевых маршрутов, не отвечающих допустимой величине коэффициента смежности: $m_{см} \leq [m_{см}]$. Коэффициент смежности представляет собой процентное соотношение допустимой протяжённости смежных рёбер сравниваемых маршрутов и рассчитывается как

$$[m_{см}] = \frac{K_{см} \cdot l_n \cdot 100}{l_m}, \%. \qquad (12)$$

Величина $[m_{см}]$ определяется исходя из среднестатистических величин, определённых обследованиями: средней величины смежности участков маршрутов $K_{см}$ = 5 шт., средней протяжённости перегонов l_n = 0.59 км и средней протяжённости маршрутов l_m = = 30 км. Таким образом, $[m_{см}]$ = 5 · 0.59 · 100 / /30 ≈ 10,0 % ($m_{см}$ ≤ 10 %).

В заключение маршруту $m_э$ присваивается собственный номер, и он считается утверждённым на данном этапе проектирования единой маршрутной сети (ЕМС).

В случае отрицательного решения эксперта маршрут $m_э$ исключается из рассмотрения. Происходит возвращение ко всем маршрутам, смежным m_{max}, производится выбор из них следующего, наиболее эффективного $m_э$, который и предоставляется эксперту для рассмотрения.

Этап восьмой. После утверждения маршрута в ЕМС производится возвращение ко второму этапу. Процесс продолжается с той разницей, что на седьмом этапе эксперту для принятия решения предлагается схема каждого формируемого маршрута совместно с теми маршрутами, которые уже включены в маршрутную схему.

Расчёт завершается в случае:

- если рассмотрены все варианты построения кольцевых маршрутов;
- оставшиеся кольцевые маршруты не обладают весомым пассажиропотоком.

После завершения расчётов получается сформированной часть ЕМС, состоящей из совокупности кольцевых маршрутов для каждого вида транспорта. По результатам расчётов часть пассажиропотока, которая обслуживается кольцевыми маршрутами, исключается из графа G, равно как и снижаются пропускные способности некоторых остановочных пунктов.

Библиографический список

1. Белокуров, С. В. Модели выбора недоминируемых вариантов в численных схемах многокритериальной оптимизации [Текст] / С. В. Белокуров, Ю. С. Сербулов, Ю. В. Бугаев. - Воронеж: Издательство “Научная книга”, 2005. – 199 с.

2. Белокуров, С. В. Синтез функций выбора на итерациях поиска в численных моделях многокритериальной оптимизации [Текст] / С. В. Белокуров, С. В. Величко, Д. Е. Соловей. - Воронеж: Воронежский гос. университет, 2004. – 96 с.

3. Белокуров, С. В. Модели выбора в задачах многокритериальной оптимизации [Текст] / С. В. Белокуров, А. В. Заряев // Применение информационных технологий для решения прикладных задач: Межвузовский сб. науч. тр. - Воронеж: ВИ МВД России, 2002. – С. 47-49.

4. Белокуров, С. В. Классификация ситуаций выбора и анализ способов формализации численных векторных схем [Текст] / С. В. Белокуров, В. В. Сысоев // Компьютерные технологии автоматизированного проектирования систем машиностроения и аэрокосмической техники: Сб. науч. тр. - Воронеж, ВГТУ, 2002. – С. 38-42.

5. Белокуров, С. В. Задача выбора оптимальных вариантов на основе вероятностного подхода [Текст] / С. В. Белокуров, В. И.Сумин, М. В. Питолин и др.// Вестник ВГТУ. - Сер. Радиоэлектроника и системы связи. - 2006. - № 7. - С. 59-62.

6. Белокуров, С. В. Математические модели в условиях динамики рыночной транспортной среды [Текст] / С. В. Белокуров, А. В. Кононова // Экономика и производство. - 2007. – № 1. - С. 20-23.

Информация об авторе

Белокуров Сергей Владимирович, преподаватель кафедры Информационно-технического обеспечения ОВД, к. ф-м. н., доцент, Воронежский институт МВД России. Область научных интересов: методы системного моделирования, теории векторной оптимизации и экстраполяции экспертных оценок, теории выбора и принятия решения, вычислительной математики, теории графов, структурного и системного программирования, новые информационные технологии, модели и алгоритмы для организации и управления движением городского пассажирского транспорта.