

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЛАЗЕРНЫХ ПУЧКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ НА МНОГОЯДЕРНЫХ АРХИТЕКТУРАХ

© 2008 С.А. Балалаев

Самарский государственный аэрокосмический университет

Выполнено численное сравнение свойств идеальных бесконечно-протяженных гипергеометрических мод с их ограниченными аналогами. Исследованы возможности формирования гипергеометрических пучков методами дифракционной оптики.

Гипергеометрические моды, дифракционный оптический элемент, слаборасходящиеся пучки, программное обеспечение оценки экспериментальных данных

В связи с большим интересом к слабо-расходящимся пучкам много внимания последнее время уделяется гипергеометрическим (ГГ) модам. Данный тип световых пучков может быть получен с помощью освещения дифракционного оптического элемента (ДОЭ) лазерным пучком и может быть использован, например, при манипулировании микрочастицами [1]. Форма идеального распределения получается из решения уравнения типа Шредингера в цилиндрической системе координат и имеет вид (при $z = 0$):

$$E_{n,\gamma}(r, \phi) = \frac{w}{2\pi r} \times \exp[i\gamma \ln(r/w)] \exp(in\phi), \quad (1)$$

где n, γ – параметры моды, w – параметр, задающий масштаб пучка.

Изготовление ДОЭ, формирующего необходимое распределение интенсивности света (близкое к теоретическому), довольно сложно [2] из-за особенности (1) в центре. Решение данной проблемы сводится к производству фазового ДОЭ конечной апертуры и освещением его лазерным пучком с гауссовым распределением интенсивности [3]. Также немаловажным является соблюдение высокой точности микрорельефа при получении фазовой составляющей для данных элементов, поскольку в фазе заложена основная информация о свойствах и поведении пучка. На рис. 1 представлены различные варианты кодированной фазы для ДОЭ. Наиболее простым с точки зрения возможных технологий изготовления (к примеру, травлением) является бинарный метод кодирования (рис. 1б,в).

Изготовление фазового микрорельефа довольно затратно, поэтому имеет смысл предсказать результат с помощью моделирования распространения ГГ пучков. Для этого было изучено аналитическое решение распространения ГГ пучков для бесконечной апертуры:

$$E_{n,\gamma}(r, \phi, z) = \frac{1}{2\pi n!} \left(\frac{2z}{kw^2} \right)^{\frac{i\gamma-1}{2}} \left(\frac{kr^2}{2z} \right)^{n/2} \times \exp\left[\frac{i\pi}{4} (n - i\gamma + 1) \right] \Gamma\left(\frac{n + i\gamma + 1}{2} \right) \times \times {}_1F_1\left(\frac{n - i\gamma + 1}{2}, n + 1, \frac{ikr^2}{2z} \right) \exp(in\phi), \quad (2)$$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция; ${}_1F_1(a, b, x)$ – вырожденная (или конфлюэнтная) гипергеометрическая функция.

Получив необходимое распределение интенсивности на заданном расстоянии z с помощью (2), можно его сравнить с распространением поля (1) при использовании операторов распространения для конечной апертуры пучка. В качестве наиболее подходящего оператора распространения был выбран интеграл Френеля [1]:

$$E(x, y, z) = \frac{k}{2\pi iz} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{ \frac{ik}{2z} [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2] \right\} E_0(\xi, \eta) d\xi d\eta. \quad (3)$$

Как было сказано, реальное распределение интенсивности (1) невозможно сформировать из-за особенности в центре, поэтому используют плоскую волну или гауссово распределение. Все три вида распределений интенсивности пучка, радиус апертуры которого $r = 1$ мм, показаны в радиальном сечении на рис. 2а.

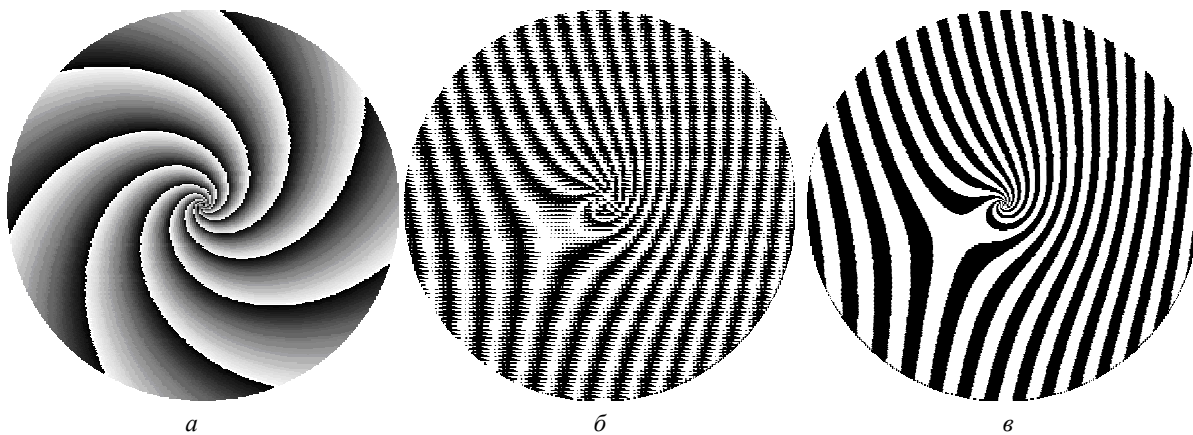


Рис. 1. Различные способы кодирования фазового ДОЭ для формирования ГГ моды с параметрами ($n=7, g=10$): полутоновой (идеальный) (а) и два бинарных, отличающихся методом кодирования ВС (б), ВРС (в)

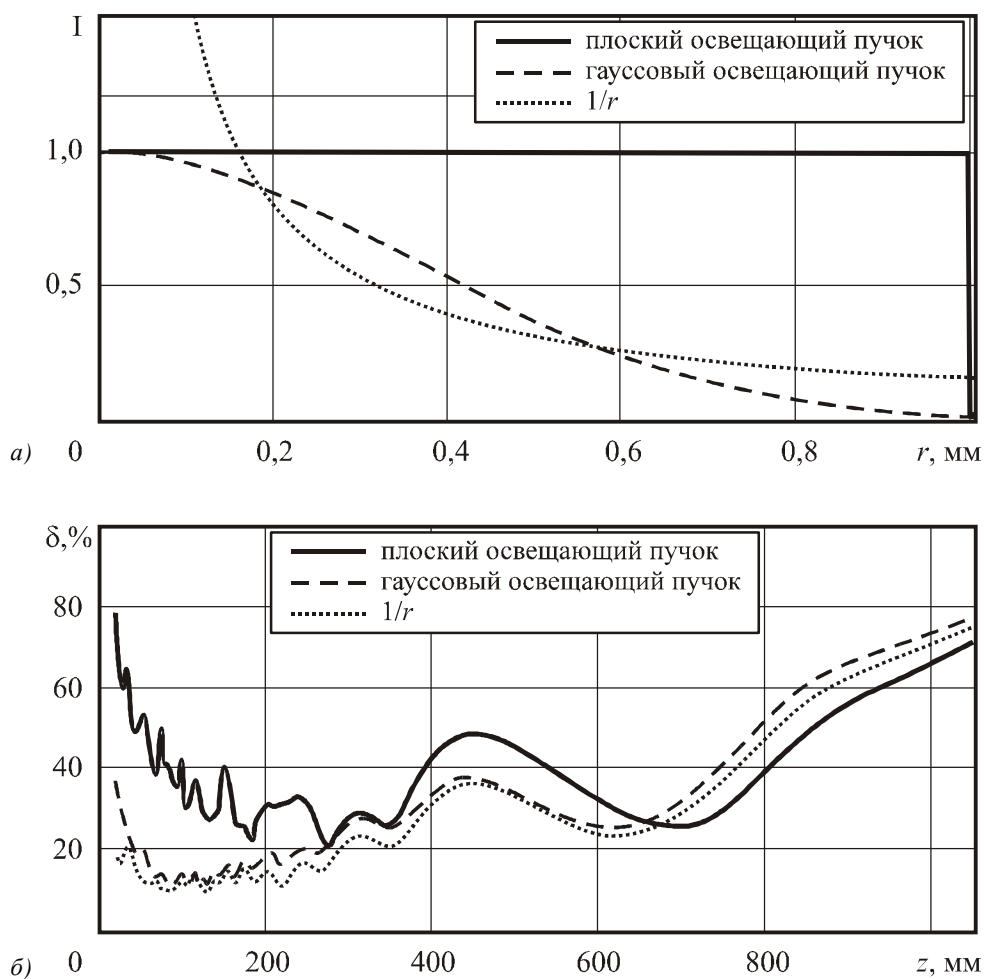


Рис. 2. Радиальное сечение распределения интенсивности на входе фазового полутонового ДОЭ (а) и СКО аналитического решения (1) и результата (3) для соответствующих входных распределений интенсивности с фазой из (1) (б)

Сравнение различных моделей ГГ пучка с аналитическими и экспериментальными полученными результатами производилось с помощью среднеквадратичного отклонения (СКО):

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{r < R} (I_0(r) - I(r))^2}{\sum_{r < R} I_0^2(r)}}, \quad (4)$$

где R – радиус апертуры; I – распределение интенсивности тестируемого пучка, I_0 – распределение интенсивности эталонного пучка.

Из рис. 2б видно, что картина распространения пучка слабо зависит от входного распределения интенсивности, подаваемого на ДОЭ, поэтому можно использовать гауссово распределение, т.к. этот вариант удобнее использовать в реальных экспериментах.

Стоит отметить, что получить график на рис. 2б было значительно проще, нежели сравнивать одновременно результаты (3) для бинарного фазового ДОЭ с экспериментально полученными данными, а также с аналитическим решением и результатами (3) для полутонного фазового ДОЭ. Эти четыре варианта сильно отличаются друг от друга. Данное отличие можно выявить на первых же шагах расчета светового поля интерактивно и визуально. В данной ситуации линейная модель программирования не подходит. Если использовать распределенную модель, то при вычислениях на многоядерных платформах можно существенно сократить время расчета: ведь каждый из этапов для результирующего изображения размером в 1024×1024 на компьютере с тактовой частотой 2,2 GHz занимает приблизительно 2 мин, для графика на рис. 2б было получено 200 таких изображений в 3 циклах.

Решить задачу распараллеливания для четырехядерного процессора не составляет труда, поскольку на данный момент существует множество технологий, позволяющих это сделать. Самой известной является MPI, однако и достаточно трудоемкой в освоении и поддержке. Более простой технологией, которая позволит распараллеливать на низком уровне задачи, является OpenMP, но самым оптимальным вариантом оказался про-

граммный комплекс СААМ [4]. Данный пакет, начиная с версии 1.21, позволяет вести параллельные вычисления, которые программируются на визуальном, более высоком уровне. На рис. 3 представлен вид программы с используемой схемой (цепочкой) расчета характеристик четырех вариантов моделируемого пучка и их сравнения. Поскольку четыре ветви решений связаны слабо (в конце каждой происходит сравнительный анализ, который протекает мгновенно), то в данном случае достигается максимум эффективности распараллеливания ($\approx 99\%$), но поскольку до этапа синхронизации цепочки рассчитываются за разное время, то реальное ускорение вычислений, которое было достигнуто, – 2,8 раза.

На рис. 4 показан результат моделирования ГГ моды с параметрами ($n = 7, \gamma = 10$) для лазерного освещения с длиной волны $\lambda = 532$ нм ДОЭ размерами 5×5 мм (рис. 1). Как видно из рис. 4а-г, сравнение экспериментально полученного распределения с численно предсказанным затрудняется из-за разности масштабов, отсутствия фиксированного центра (при распространении он сдвигается) и поворота несимметричных распределений интенсивности. Для того, чтобы получить численные характеристики сравниваемых пучков с помощью (4), распределения необходимо стандартизировать по следующей схеме:

1. Выделение области, содержащей распределение интенсивности только одного из ГГ пучков (всего их два для бинарных ДОЭ вместе с побочной модой).
2. Вычисление центра пучка в первом приближении по формулам:

$$x_c = \frac{\iint_D I(x, y) x \, dx \, dy}{\iint_D I(x, y) \, dx \, dy}, \quad (5)$$

$$y_c = \frac{\iint_D I(x, y) y \, dx \, dy}{\iint_D I(x, y) \, dx \, dy}.$$

3. Вычисление усредненных координат локальных максимумов (соответствующих первому кольцу) и коррекция

координат центра с учетом этой информации:

$$x_c = \frac{x_{\max 1} + x_{\max 2}}{2},$$

$$y_c = \frac{y_{\max 1} + y_{\max 2}}{2}.$$
(6)

4. Перевод распределения интенсивности в полярную систему координат $I(r, \phi)$.

5. Формирование радиального сечения с помощью формулы

$$I(r) = \frac{1}{2\pi r} \int_0^{2\pi} I(r, \phi) d\phi$$
(7)

6. На последнем этапе происходит нормировка по уровню и масштабирование по максимуму интенсивности.

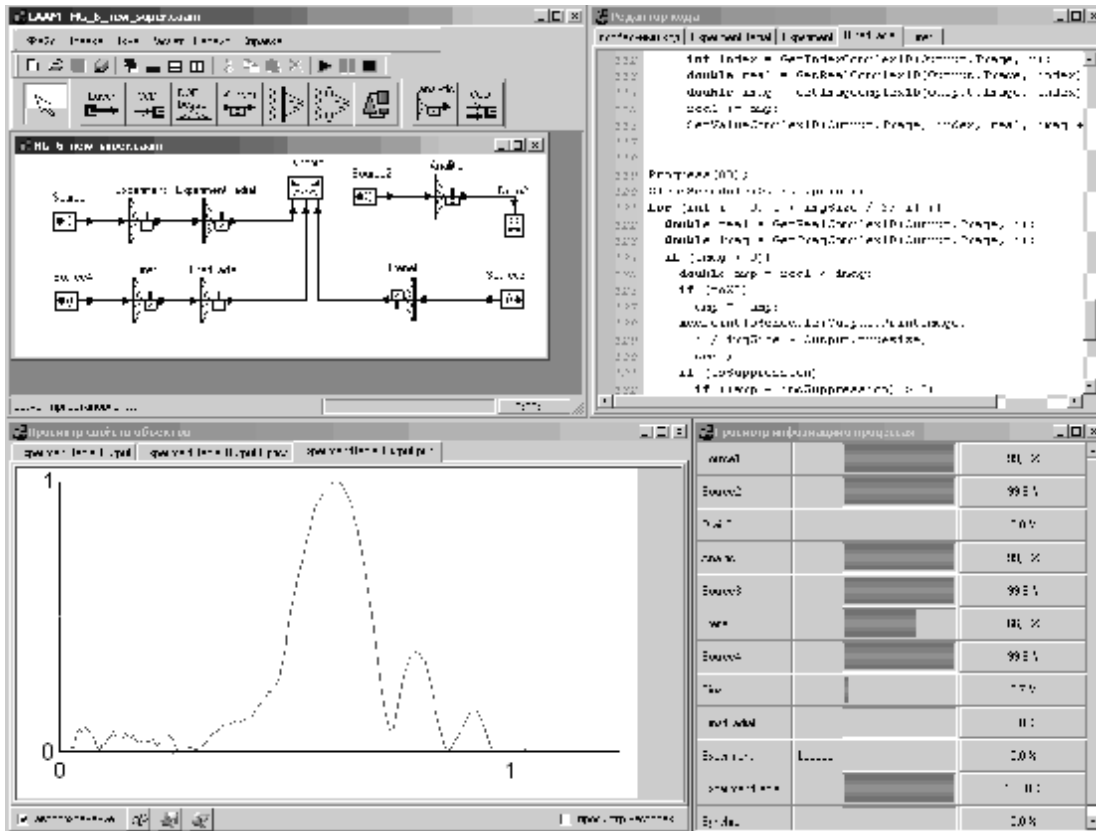


Рис. 3. Использование СААМ для моделирования ГГ мод

Данная технология использовалась в программе дважды для расчетов по 2D картинкам, представленным на рис. 4в-г радиальных сечений, показанных на рис. 5, поэтому она была выделена в отдельный визуальный компонент СААМ для многократного использования.

По результатам, представленным на рис. 5, можно заключить, что модель распространения ГГ пучка с конечной апертурой может предсказать с большой точностью поведение реального пучка. СКО численного решения от результатов, полученных в ходе экспериментов с использованием реального ДОЭ, не превышало 15%. Выражение (1) с бинарным кодированием фа-

зы, позволяющее изготавливать высокоточный микрорельеф ДОЭ, дает СКО от выражения (1) с полутоновой фазой менее 1%, однако приходится разделять главную и побочную моду, при этом происходит потеря эффективности. На рис. 6 показаны энергетические отличия смоделированных ГГ пучков, полученных с такими же параметрами, как для рис. 5. Из-за ограничений, возникающих при моделировании реального ГГ пучка с конечной апертурой и потерей амплитудной информации, аналитическое решение по сравнению с экспериментальными данными имеет СКО более 50%.

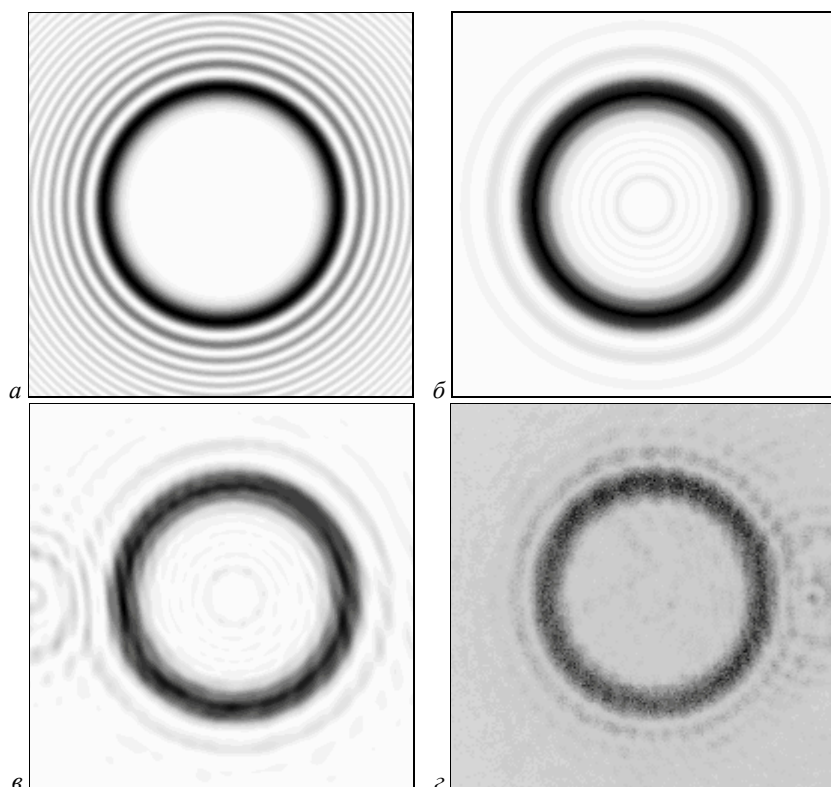


Рис. 4. Распределения интенсивности ГГ пучка на расстоянии $z = 3000$ мм: аналитическое решение с помощью уравнения (2)(а); решение (3) для входной функции полутонного ДОЭ (б); решение (3) для бинарного ВРС ДОЭ (в); экспериментальные данные для бинарного ВРС ДОЭ (г)

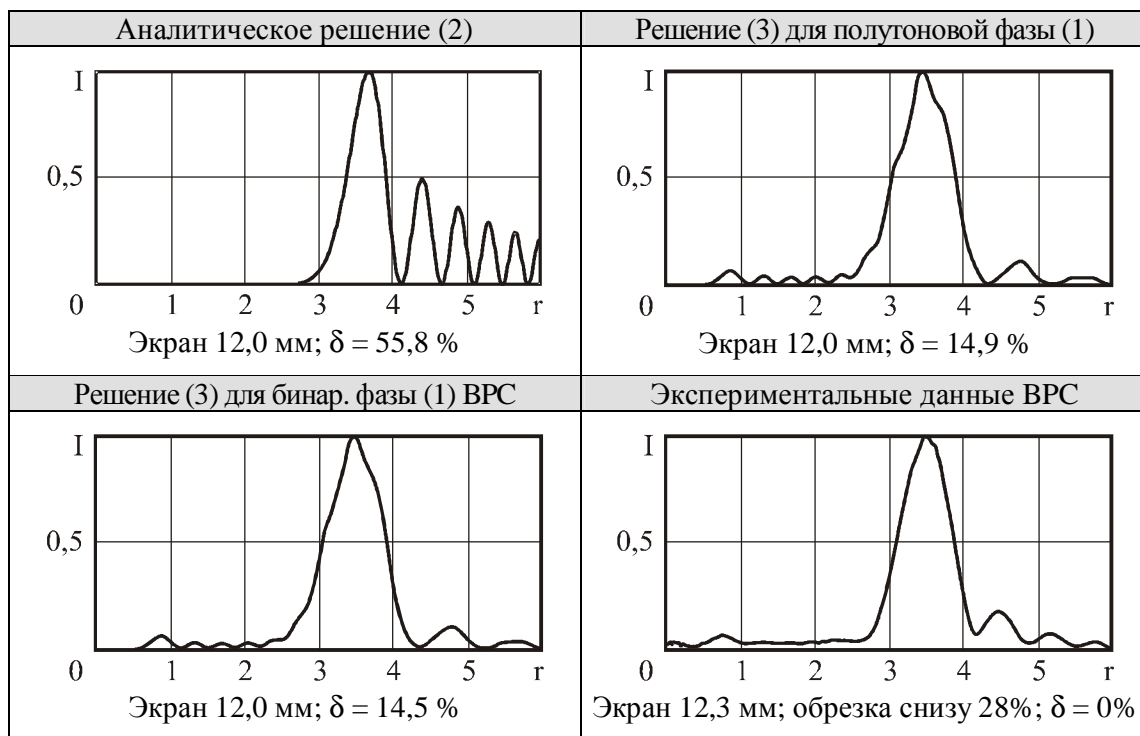


Рис. 5. Радиальные распределения интенсивности ГГ пучков по апертуре (в мм) на расстоянии $z = 3000$ мм; ниже - дополнительные параметры стандартизации изображений и СКО d с экспериментальными данными в качестве эталона

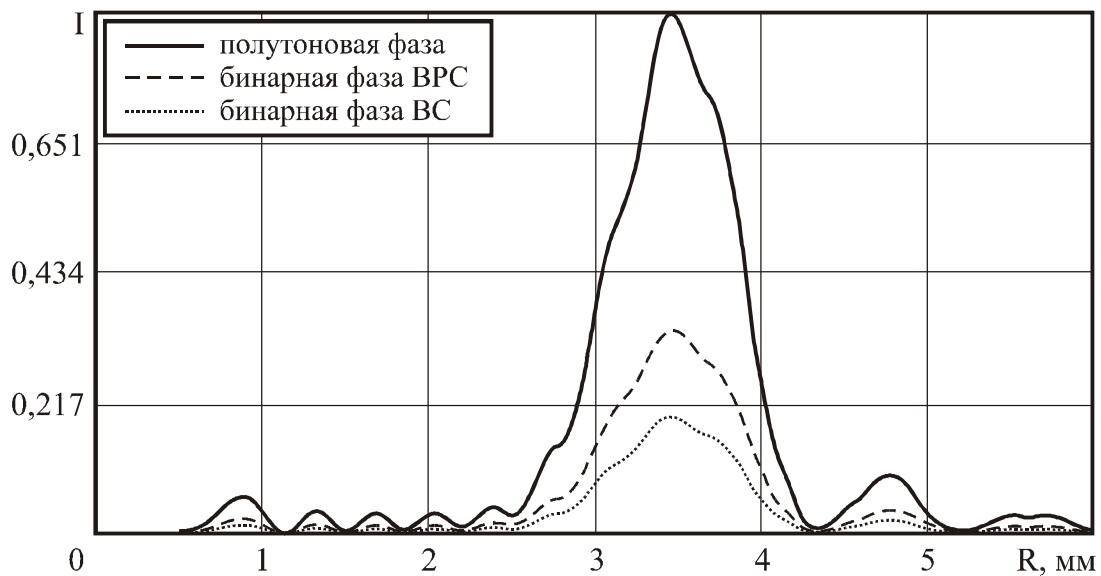


Рис. 6. Радиальные распределения интенсивности ГГ пучков без нормировки по уровню для сравнения энергетических потерь

Библиографический список

1. **Балалаев, С.А.** Расчет гипергеометрических мод [текст] / С.А. Балалаев, С.Н. Хонина, В.В. Котляр // Известия Самарского научного центра РАН. – 2007. - №9(3). - С.584-591.
2. **Балалаев, С.А.** Сравнение свойств гипергеометрических мод и мод Бесселя [текст] / С.А. Балалаев, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2007. – №31(4). – С.23-28.
3. **Kotlyar, V.V.** Family of hypergeometric laser beams [текст] / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev // J. Opt. Soc. Am. – 2008. – A.25. – P.262-270.
4. <http://byterix.net/caam> [электронный ресурс].

Сведения об авторе

Балалаев Сергей Анатольевич, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева, аспирант, e-mail: sof.bix@mail.ru. Область научных интересов: моделирование работы дифракционных элементов, программирование.