

ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАТЕРИАЛА В СИЛОВЫХ КОНСТРУКЦИЯХ ПРИ НЕСКОЛЬКИХ СЛУЧАЯХ НАГРУЖЕНИЯ

© 2009 А. В. Болдырев

Самарский государственный аэрокосмический университет

Дается определение наиболее жёсткой конструкции при нескольких случаях нагружения и строится алгоритм её поиска. Предлагается гибридный метод оптимизации, объединяющий указанный алгоритм и концепцию полнонапряжённости. Демонстрируется высокая точность гибридного метода на численных примерах.

Оптимизация, конструкция, напряжение, энергия, деформация, жёсткость, нагружение, алгоритм.

1. Введение

В данной работе рассматривается задача минимизации объёма материала конструкции при выполнении ограничений на действующие напряжения. В процессе функционирования конструкции на неё могут действовать разнообразные нагрузки как по величине, так и по характеру приложения. Предполагается, что элементы упругой системы не теряют устойчивость, а материал конструкции однородный и работает в пределах упругости.

Для решения этой задачи можно использовать методы нелинейного математического программирования (прямые методы оптимизации) [1, 2]. Если объект проектирования моделируется МКЭ, то за проектные переменные чаще всего принимаются параметры X_r , описывающие размеры сечений конечных элементов (толщина пластины или площадь поперечного сечения стержня). При этом задача оптимизации конструкции обычно описывается большим количеством проектных переменных и функциональных ограничений, исчисляемым тысячами и даже десятками тысяч, что затрудняет подробное исследование области поиска и, следовательно, получение точных результатов. Это обстоятельство осложняется ещё и тем, что методы нелинейного математического программирования используют “дорогую” (в смысле вычислительных затрат) процедуру анализа чувствительности ограничений на напряжения для множества точек конструкции по всем проектным переменным. Поэтому практичес-

кий интерес представляет использование и развитие непрямых методов оптимизации упругих систем, которые могут обладать более высокой эффективностью за счет целенаправленного использования характерных свойств объекта проектирования.

В рамках непрямого подхода исходная задача оптимизации с ограничениями-неравенствами (эквивалентные напряжения во всех элементах конструкции не должны превышать допускаемых напряжений) заменяется косвенной. Постулируются необходимые условия, которым должна отвечать искомая конструкция, и строится процедура поиска этой конструкции. Условия оптимальности либо выводятся из математической постановки задачи, либо основываются на особенностях поведения, подмеченных для некоторых классов упругих систем. Для решения рассматриваемой задачи чаще всего используются критерии полнонапряжённости и наибольшей жёсткости конструкций.

Конструкция называется *полнонапряжённой* (равнопрочной), если во всех её элементах, в которых сечение больше минимально допустимого значения, реализуется предельное напряженное состояние хотя бы в одном из случаев нагружения [3]. Для поиска полнонапряженного проекта (ПНП) используется классическая формула отношения напряжений:

$$X_i^{(v+1)} = X_i^{(v)} \max_j (\sigma_{ij}) / \underline{\sigma}_i, j=1, 2, \dots, s, \quad (1)$$

где σ_{ij} - эквивалентное напряжение в i -м элементе при j -м случае нагружения; $\underline{\sigma}_i$ - допус-

каемое напряжение для i -го элемента; s - количество случаев нагружения; v - номер итерации.

Достоинства метода - простота и высокая эффективность [2, 3]. Концепция ПНП не включает в себя в явном виде целевую функцию. Тем не менее, алгоритм, построенный на соотношении (1), часто приводит к "рациональному" проекту [3, 4].

В основу концепции поиска *наиболее жёсткой конструкции* (НЖК) [5] положена идея замены совокупности ограничений на напряжения для множества точек упругой системы одной интегральной характеристикой - потенциальной энергией. Обзор работ, посвящённых оптимальному проектированию конструкций на основе минимизации энергии деформации, содержится в монографии [6].

В работе [5] ищется конструкция с минимальной энергией деформации при неизменном объёме материала. Среди множества вариантов распределения некоторого заданного количества материала внутри объекта проектирования определяется такой, при котором деформации конструкции (а следовательно и напряжения) будут наименьшими. При единственном случае нагружения в НЖК удельные энергии деформаций всех элементов конструкции, поперечные сечения которых больше минимально возможных, принимают одинаковые значения (разумеется, эти значения могут отличаться от допускаемых). Для перехода к реальной конструкции значения проектных переменных необходимо промасштабировать на коэффициент, который приведёт максимальные напряжения конструкции в соответствие с условиями прочности. Отметим, что алгоритм поиска НЖК обладает высокой эффективностью. Как и в случае поиска полнонапряжённого проекта, НЖК обычно удаётся определить за 5-10 итераций.

Под НЖК при нескольких случаях нагружения в работе [7] понимается конструкция, полученная минимизацией суммы энергий деформаций всех случаев нагружения при постоянном объёме материала. В ряде случаев [7, 4] объём материала НЖК после масштабирования проекта по условиям прочнос-

ти оказывается меньшим, чем объём материала ПНП. Этот факт объясняется тем, что в ПНП могут оказаться зоны, которые эффективно работают в одних случаях нагружения и слабо нагружены в других. Для таких конструкций объём материала ПНП может быть уменьшен за счет выделения "связывающих" элементов, которые заставляют указанные зоны взаимно поддерживать друг друга. При этом в "связывающих" элементах предельное напряженное состояние может не реализовываться ни в одном из случаев нагружения. Этот эффект демонстрируется на примере фермы Разани [8] (численный пример № 1 в данной статье).

В подходе [7], к сожалению, остаётся открытым вопрос о выборе значимых (активных) случаев нагружения. В данной работе предлагается изменить постановку задачи поиска НЖК, что позволяет построить алгоритм, наделённый способностью идентифицировать активные случаи нагружения.

2. Наиболее жёсткие конструкции

Рассмотрим многокритериальную задачу минимизации энергии деформаций U_j для каждого расчётного случая нагружения и объёма материала конструкции V , которые определяются следующим образом:

$$U_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \{u_{ij}\}^T [K_i] \{u_{ij}\}, \quad (j = 1, 2, \dots, s), \quad (2)$$

$$V = \sum_{i=1}^n A_i X_i, \quad (3)$$

где n - количество элементов в модели конструкции; $\{u_{ij}\}$ - вектор перемещений узлов i -го элемента, вызванных j -ой нагрузкой; $[K_i]$ - матрица жёсткости i -го элемента; s - количество случаев нагружения; A_i - постоянная составляющая объёма i -го элемента (площадь в плане элемента пластины или длина стержневого элемента).

Запишем комплексную целевую функцию F [9] путём линейной свертки всех $(s+1)$ частных критериев:

$$F = \sum_{j=1}^s a_j U_j + a_{s+1} V, \quad \sum_{j=1}^{s+1} a_j = 1, \quad a_j \geq 0, \quad (4)$$

где a_j - весовые коэффициенты, определяющие относительную важность рассматриваемых частных критериев.

Отметим, что весовой коэффициент для объёма материала конструкции $a_{s+1} > 0$, так как при $a_{s+1} = 0$ рассматриваемая задача потеряет физический смысл - значения всех проектных переменных будут стремиться к бесконечности.

Условия стационарности комплексной целевой функции F можно представить в следующем виде:

$$\sum_{j=1}^s a_j \partial U_j / \partial X_i + a_{s+1} \partial V / \partial X_i = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (5)$$

Очевидно, что $\partial V / \partial X_i = A_i$, и поэтому соотношения (5) принимают следующий вид:

$$\sum_{j=1}^s \underline{a}_j \partial U_j / \partial X_i = -A_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (6)$$

где $\underline{a}_j = a_j / a_{s+1}$.

Для тонкостенных безмоментных конструкций справедливо следующее соотношение [10, 11]:

$$\partial U_j / \partial X_i = -e_{ij} A_i, \quad (7)$$

где e_{ij} - удельная энергия деформации i -го элемента при j -м случае нагружения. Условия стационарности (6) с учётом соотношений (7) и при ненулевых A_i принимают следующий вид:

$$\sum_{j=1}^s \underline{a}_j e_{ij} = 1, \quad (i=1, 2, \dots, n). \quad (8)$$

Соотношения (8) задают область Парето [9] для задачи (2) – (3). Заметим, что при единственном случае нагружения условия (8) сводятся к известному критерию равномерной плотности потенциальной энергии для всех элементов конструкции [5].

Для формального определения коэффициентов \underline{a}_j используем следующее условие - максимальные эквивалентные напряжения в искомой конструкции для каждого случая на-

гружения не должны превышать допускаемые напряжения:

$$K_j \leq 1, \quad (j = 1, 2, \dots, s), \quad (9)$$

где $K_j = \max_i (\sigma_{ij} / \underline{\sigma}_i)$, ($i=1, 2, \dots, n$); σ_{ij} - эквивалентное напряжение в i -м элементе при j -м случае нагружения; $\underline{\sigma}_i$ - допускаемое напряжение для i -го элемента.

Если для некоторого j -го случая нагружения предельное напряжённое состояние не достигается ни в одном элементе (то есть $K_j < 1$) при $\underline{a}_i = 0$, то этот случай нагружения будем называть пассивным. Для активных случаев нагружения коэффициенты \underline{a}_i положительные и $K_j = 1$. Тогда условия (9) можно представить в следующем виде:

$$\underline{a}_j (1 - K_j) = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, s). \quad (10)$$

Под наиболее жёсткой конструкцией будем понимать упругую систему с минимальными в смысле Парето значениями энергий деформаций для всех активных случаев нагружения и объёма материала при условии, что предельное напряжённое состояние достигается хотя бы в одном элементе для всех активных случаев нагружения и может не достигаться такое состояние ни в одном элементе для всех пассивных случаев нагружения.

Отметим, во-первых, что условия (9) в отличие от концепции полнонапряжённости допускают наличие в конструкции “связывающих” элементов, в которых предельное состояние может не реализовываться ни в одном из случаев нагружения. Во-вторых, набор активных случаев нагружения для НЖК не известен и требуется построить процедуру его определения. В-третьих, при варьировании проектных переменных максимальные эквивалентные напряжения в j -м случае нагружения могут реализовываться в различных элементах и при этом возможно изменение набора активных нагружений. Аналогичная ситуация возникает при использовании методов нелинейного математического программирования и связана с существованием особых точек.

Для поиска наиболее жёсткой конструкции воспользуемся итерационным методом Ньютона [1, 2]. Движение в области поиска будем осуществлять на основе последовательного чередования “пробных” и “рабочих” шагов. В результате ряда “пробных” шагов определяются весовые коэффициенты \underline{a}_j для каждого случая нагружения, удовлетворяющие условиям (8) и (10) в предположении того, что внутренние усилия в конструкции не изменяются при варьировании проектных переменных. “Рабочий” шаг характерен тем, что для него выполняется анализ напряженно-деформированного состояния конструкции в полном объёме.

Изменение проектных переменных будем производить на основе экспоненциальных рекуррентных соотношений [1, 2]:

$$X_i^{(v+1)} = X_i^{(v)} \left[\sum_{j=1}^s \underline{a}_j^{(v)} e_{ij}^{(v)} \right]^r, \quad (11)$$

где r - параметр, определяющий размер шага в области поиска (в данной работе при решении численных примеров используется $r=1/2$); v - номер “рабочего” шага.

В качестве неизвестных в рекуррентных соотношениях (11) выступают весовые коэффициенты $\underline{a}_j^{(v)}$. Для их определения можно использовать ряд “пробных” шагов на основе следующей рекуррентной зависимости:

$$\underline{a}_j^{(\mu+1)} = \underline{a}_j^{(\mu)} K_j^{(\mu)}, \quad (j = 1, 2, \dots, s), \quad (12)$$

где μ - номер “пробного” шага.

Предварительно все случаи нагружения включаются в набор активных и задаются начальные положительные значения для всех весовых коэффициентов $\underline{a}_j^{(0)}$. Например, можно задать $\underline{a}_j^{(0)} = 1$ (где $j = 1, 2, \dots, s$). Далее, согласно соотношениям (12), увеличиваются весовые коэффициенты тех случаев нагружения, для которых максимальные эквивалентные напряжения превышают допустимые, и наоборот, коэффициенты уменьшаются, если $K_j < 1$. Значения проектных переменных для μ -го “пробного” шага при этом определяются следующим образом:

$$X_i^{(\mu)} = X_i^{(v)} \left[\sum_{j=1}^s \underline{a}_j^{(\mu)} e_{ij}^{(v)} \right]^r. \quad (13)$$

На этапе “пробных” шагов значения эквивалентных напряжений в элементах конструкции при варьировании проектных переменных можно аппроксимировать на основе соотношений, аналогичных формуле отношения напряжений (1), используемой в концепции ПНП:

$$\sigma_{ij}^{(\mu)} = \sigma_{ij}^{(v)} X_i^{(\mu)} / X_i^{(v)}. \quad (14)$$

Коэффициенты $K_j^{(\mu)}$ определяются для текущего “пробного” шага следующим образом:

$$K_j^{(\mu)} = \max_i \left(\sigma_{ij}^{(\mu)} / \underline{\sigma}_i \right), \quad (j=1, 2, \dots, s). \quad (15)$$

Если в результате ряда “пробных” шагов для некоторого j -го случая нагружения весовой коэффициент \underline{a}_j стремится к нулю и $K_j < 1$, то это свидетельствует о том, что данный случай нагружения является пассивным. При изменении проектных переменных по соотношениям (11) этот случай нагружения практически не будет учитываться.

Приведённые соотношения позволяют построить следующий алгоритм поиска НЖК.

1. $v=0$. Задать начальное приближение для проектных переменных.

Начало внешнего цикла.

2. Выполнить анализ напряженно - деформированного состояния конструкции.

3. $\mu=0$. Задать начальное приближение для весовых коэффициентов $\underline{a}_j^{(0)}$.

Начало внутреннего цикла.

4. Назначить “пробные” значения проектных переменных по (13).

5. По соотношениям (14) и (15) определить коэффициенты $K_j^{(\mu)}$.

6. По соотношениям (12) назначить весовые коэффициенты \underline{a}_j .

7. $\mu=\mu+1$. Если исчерпано заданное число итераций для внутреннего цикла или выполнены условия (10), то перейти к пункту 8. В противном случае перейти к пункту 4.

Конец внутреннего цикла.

8. $v=v+1$. Проектные переменные, полученные в пункте 4, принимаются в качестве исходных для дальнейшей оптимизации.

9. Если достигнута сходимость алгоритма или исчерпано число итераций для внешнего цикла, то перейти к пункту 10. В противном случае перейти к пункту 2.

Конец внешнего цикла.

10. Завершение процесса оптимизации.

Замечания о сходимости.

1. В работе [5] доказана сходимость алгоритма поиска НЖК при одном случае нагружения, когда значения проектных переменных переназначаются пропорционально действующим в элементах усилиям (то есть практически пропорционально корню квадратному от удельных энергий деформаций элементов). Рассуждая аналогично [5], можно доказать сходимость алгоритма при нескольких случаях нагружения в предположении, что весовые коэффициенты a_j не изменяются во внешнем цикле итерационного процесса (при этом набор активных случаев нагружения также не меняется).

2. Для статически определимых ферм внутренние усилия не зависят от проектных переменных, деформации и напряжения в любом элементе конструкции линейно связаны только с проектной переменной, соответствующей этому элементу, и не зависят от остальных проектных переменных. Следовательно, в этом частном случае НЖК при нескольких случаях нагружения получается за один перерасчёт при значении настроечного коэффициента $r=1/2$.

3. Для большинства статически неопределимых конструкций справедливо свойство консерватизма внутренних усилий [11]. Это свойство может способствовать сходимости данного алгоритма, основанного на приёме линеаризации эквивалентных напряжений при изменении значений проектных переменных.

3. Гибридные конструкции

Отметим, что в НЖК, найденной по предложенному в данной работе алгоритму, во всех элементах будут выполняться условия прочности в соответствии с соотношениями (9). В то же время концепция НЖК не

учитывает отличие значений эквивалентных напряжений в каждом элементе от их максимально возможных (допустимых) значений. Поэтому в элементах конструкции, эффективно работающих в различных случаях нагружения, могут оказаться слишком большие избытки прочности. Для устранения этого недостатка используем идею поиска ПНП “с компенсацией нарушенных ограничений” [12] в следующем виде.

Этап 1. Получить НЖК. Разделить проектные переменные на две группы. В первую группу включить проектные переменные, для которых в соответствующих им элементах конструкции реализуется предельное напряжённое состояние (с некоторой заданной точностью) хотя бы в одном случае нагружения. Все остальные проектные переменные (соответствующие “связывающим” элементам) включить в группу 2.

Этап 2. Промасштабировать значения проектных переменных для найденной на этапе 1 конструкции на некоторый “пробный” коэффициент K_m . Если $K_m < 1$, то для ряда элементов конструкции группы 2 при этом могут нарушиться условия прочности. Перевести эти элементы из группы 2 в группу 1.

Этап 3. Использовать алгоритм поиска ПНП. На этом этапе значения проектных переменных группы 2 оставлять неизменными.

Каждому “пробному” значению коэффициента K_m соответствует значение объёма материала конструкции, найденной по вышеуказанной схеме. Значению $K_m = 1$ соответствует объём материала НЖК. Варьируя значение коэффициента K_m , на этапе 2 можно получить конструкцию, в которой условия прочности нарушатся для всех элементов группы 2 и, следовательно, в результате этапа 3 будет получен ПНП. При “промежуточных” значениях K_m могут получаться гибридные конструкции. При этом часть проектных переменных будет определяться в соответствии с концепцией НЖК, а остальные проектные переменные - с использованием алгоритма ПНП. При значениях $K_m > 1$ в элементах группы 2 материала окажется больше, чем в НЖК.

Выполнив одномерный поиск по коэффициенту K_m , можно определить наилучшую гибридную конструкцию (ГК). Для достижения этой цели в данной работе используется метод “золотого сечения” [9].

Далее рассмотрим численные примеры, демонстрирующие свойства алгоритмов поиска ПНП, НЖК и ГК при нескольких случаях нагружения. Примеры специально подбирались в работе [4] так, чтобы отличие объёмов материала конструкций, полученных различными методами проектирования, было наибольшим. Заметим, что указанное наибольшее отклонение выявлено рядом авторов [8, 7, 4, 1, 12] при оптимизации ферм.

4. Численные примеры

Пример №1. Трёхстержневая ферма (рис. 1), подверженная двум случаям нагружения P_1 и P_2 . Аналитическое решение приводится в [1]. Ферма выполнена из гипотетического “единичного” материала: $\rho=1, E=1, \sigma=1, P_1=P_2=1$, где ρ - плотность материала, E - модуль Юнга, σ - допустимое напряжение материала.

Для данной задачи целесообразно использовать две проектные переменные (X_1 и X_2), полагая, что $X_3=X_1$. Введём в рассмотрение следующие функции: $G_i = \sigma_i^{(1)} - \sigma$, где $i = 1, 2, 3$; $\sigma_i^{(1)}$ - напряжение в i -м элементе в первом случае нагружения. На рис. 2 изображены функции $G_i=0$, где $i = 1, 2, 3$ и линии

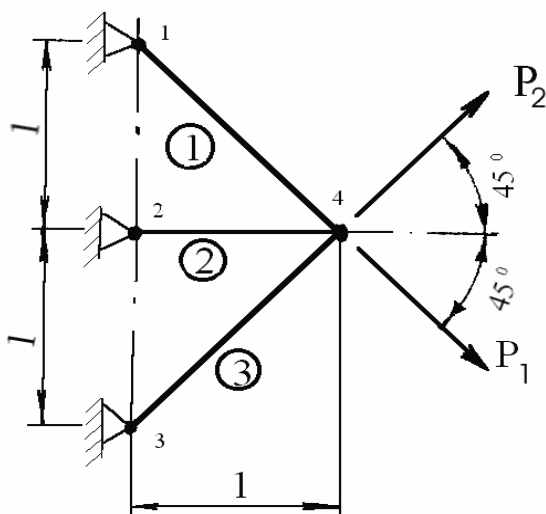


Рис. 1. Трёхстержневая ферма

равных уровней функции объёма материала в области поиска. Условия прочности записываются: $G_i \leq 0$, где $i=1, 2, 3$. ПНП находится в точке пересечения ограничений $G_i=0$, где $i=1, 2, 3$ ($X_1=1, X_2=0$). Это статически определимая двухстержневая ферма, в которой стержень № 1 эффективно работает только в случае нагружения P_1 , а стержень № 3 – только в случае нагружения P_2 .

Если $G_1=0$, то $G_2 \leq 0$; $G_3 \leq 0$ для всей области поиска. Следовательно, оптимальный проект располагается в точке касания функции $G_1=0$ и линии равных объёмов (на рис. 2 обозначен звездочкой).

В оптимальном проекте во втором стержне предельное напряженное состояние не реализуется ни в одном из случаев нагружения. Этот “связывающий” элемент заставляет стержни №1 и №3 взаимно поддерживать друг друга в различных случаях нагружения. В результате объём материала оптимальной конструкции ($V=2,639$) на 7 % меньше, чем объём материала ПНП ($V=2,828$).

Для двух вариантов начального распределения материала $X=(1,0, 1,0)^T$ и $X=(1,0, 0,1)^T$ найдена НЖК. Заметим, что вторая исходная точка находится вблизи ПНП. Траектории движения приведены на рис. 2 (номера итераций обозначены арабскими цифрами). Для обоих вариантов начального распределения материала процесс сходится к проекту минимального объёма.

Пример № 2. Рассмотрим трёхстержневую конструкцию (рис. 1) с тремя случаями нагружения: P_1, P_2 и $P_3=0,9 P_2$. Очевидно, что конструкция, выдерживающая нагружение P_2 , гарантированно выдержит и нагружение P_3 . То есть случай P_3 является пассивным. Предложенный в данной работе алгоритм позволяет идентифицировать эту особенность (весовой множитель для третьего случая нагружения стремится к нулю). В результате итерационный процесс сходится к проекту с объёмом материала $V=2,639$. Если для поиска НЖК использовать сумму потенциальных энергий трёх случаев нагружения (согласно подходу, изложенному в работе [7]), то объём материала конструкции оказывается на 16 % больше ($V=3,061$). Отметим, что наилучшие гибридные конструкции при значе-

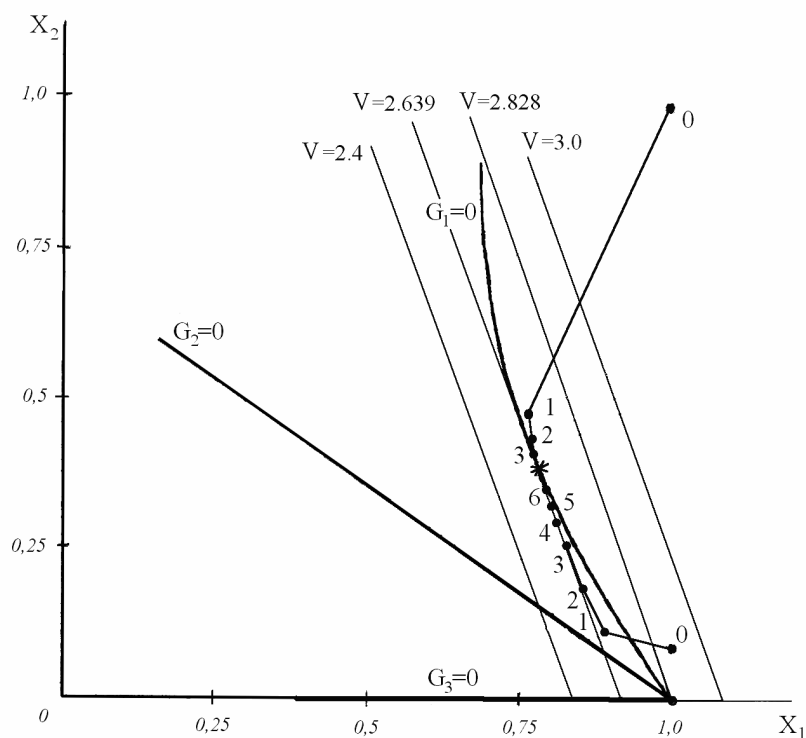


Рис. 2. Область поиска. Пример № 1

нии коэффициента $K_m = 1$ для примеров № 1 и 2 совпадают с оптимальным проектом.

Пример № 3. Пятистержневая ферма, представленная на рисунке 3. Ферма подвержена двум случаям нагружения $P_1 = P_2 = 1$. Материал конструкции такой же, как в примере № 1. Рассмотрим ряд ферм, отличающихся углами наклона к горизонтали а стержней 2 и 4.

Результаты оптимизации фермы в установленном решении представлены графиком на рис. 4. Для сходимости алгоритмов поиска ПНП и НЖК по объему материала потребовалось 10-15 итераций. В работе [4] пространство проектных переменных подробно исследовано методами случайного поиска при значениях угла α 20°, 22°, 30°, 40° и 45°. Наилучшие из найденных проектов (на рис. 4 отмечены звездочками) в данной работе используем в качестве эталона для анализа точности алгоритмов.

В диапазонах изменения угла α от 23° до 30° и от 40° до 50° ГК совпадает с ПНП. При значениях угла α , не входящих в указанные диапазоны, объём материала ГК меньше объёма материала и ПНП, и НЖК. Наибольшее превышение объемов в рассмотренных случаях по сравнению с оптимальным реше-

нием таково: для ПНП - около 7 % (при значении $\alpha = 20^\circ$), для НЖК - около 16 % (при $\alpha = 45^\circ$), для ГК - около 3 % (при $\alpha = 23^\circ$). Причём в диапазонах изменения угла α от 0° до 21° и от 27° до 50° относительная погрешность алгоритма поиска ГК не превышает 0,5%.

Пример №4. Рассмотрим пятистержневую конструкцию (рис. 3) при значении угла $\alpha = 20^\circ$ с тремя случаями нагружения: в дополнение к случаям P_1 и P_2 используем случай с нагрузкой $P_3 = 1$, направленной вдоль горизонтали. Для данной задачи выбор набора активных случаев нагружения не столь очеви-

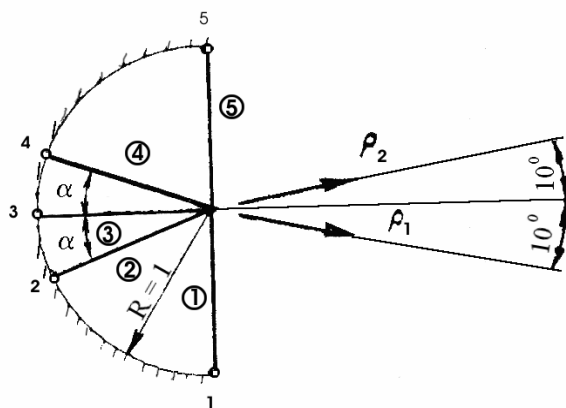


Рис. 3. Пятистержневая ферма

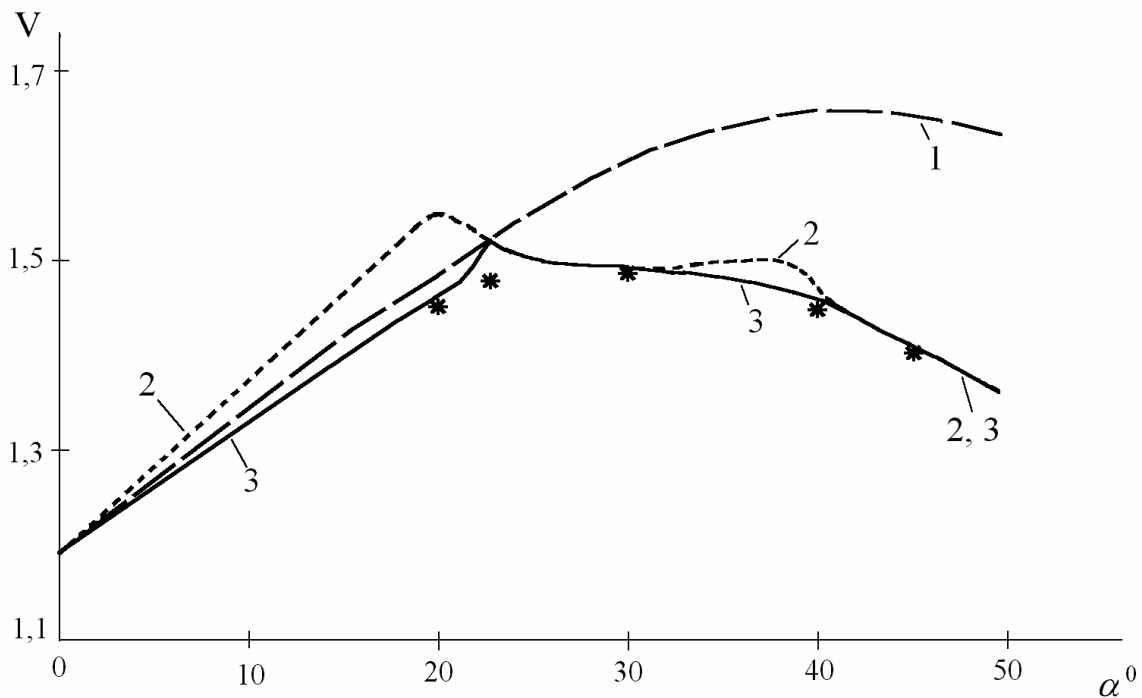


Рис. 4. Результаты оптимизации. Пример №3
1 – НЖК; 2 - ПНП; 3 - ГК

ден, как для примера № 2. Алгоритм поиска НЖК, предложенный в данной работе, переводит случай P_3 в разряд пассивных, оставляя только два активных случая нагружения (P_1 и P_2). В результате итерационный процесс сходится к проекту с объёмом материала $V=1,485$. Алгоритм поиска НЖК, использующий сумму потенциальных энергий трёх случаев нагружения, приводит к конструкции с объёмом материала $V=1,532$.

5. Заключение

В заключение приведём выводы, вытекающие из данной работы.

1. Разработан алгоритм поиска наиболее жёсткой конструкции, наделённый способностью идентифицировать активные (значимые) случаи нагружения.

2. Предложен гибридный метод оптимизации силовых конструкций при нескольких случаях нагружения, объединяющий концепции полнонапряжённости и наибольшей жёсткости.

3. Алгоритмы на основе концепций полнонапряжённости и наибольшей жёсткости конструкций обладают высокой эффективностью, так как, во-первых, для сходимости требуется 10-15 итераций, во-вторых, при

их использовании отсутствует необходимость анализа чувствительности ограничений на напряжения для множества различных элементов конструкции, в-третьих, количество случаев нагружения значительно меньше количества ограничений на напряжения для исходной задачи оптимизации.

4. Гибридный метод оптимизации показал высокую точность при тестировании на специально подобранных в работе [4] задачах. Отклонение целевой функции от оптимального значения для всех рассмотренных примеров составляет менее 3 %.

Библиографический список

1. Хог Э., Арора Я. Прикладное оптимальное проектирование. - М.: Мир, 1983.
2. Новые направления оптимизации в строительном проектировании / Андерсон М.С., Арман Ж. Л., Арора Я. и др. - М.: Стройиздат, 1989.
3. Комаров В. А. О рациональных силовых конструкциях крыльев малого удлинения // Труды КуАИ. – Куйбышев, 1968. - Вып. 32. - С. 8-12.
4. Козлов Д. М. Сравнение некоторых результатов проектирования ферм минимального объема // В сб.: Оптимальное проекти-

рование авиационных конструкций. - Куйбышев: КуАИ, 1973. - С. 76-85.

5. Комаров А. А. Основы проектирования силовых конструкций. - Куйбышевское книжное издательство, 1965.

6. Пустовой Н. В., Расторгуев Г. И. Оптимальное проектирование стержней и подкрепленных пластин на основе минимизации энергии деформации. - Новосибирск: Издательство НГТУ, 2002.

7. Комаров А. А. Проектирование конструкций с наивыгоднейшим распределением материала // Труды КуАИ. - Куйбышев, 1971. - Вып. 54. - С. 3-8.

8. Разани Р. Поведение равнопрочной конструкции и ее отношение к конструкции минимального веса // Ракетная техника и кос-

монавтика, 1965. - т.3, №12. - С. 35-39.

9. Малков В. П., Маркина М. В. Поэтапная параметрическая оптимизация. - Н. Новгород: Издательство Нижегородского университета, 1998.

10. Комаров В. А. Повышение жесткости конструкций топологическими средствами // Вестник СГАУ, № 1, 2003. - С. 24-37.

11. Комаров В. А. К доказательству теорем об изменении жесткости конструкций // Вестник СГАУ, № 1, 2004. - С. 49-51.

12. Липин Е. К., Фролов В. М., Чедрик В. В., Шаныгин А. Н. Алгоритм оптимизации силовых конструкций по условиям прочности с компенсацией нарушенных ограничений // Ученые записки ЦАГИ. Том 19, №1. - 1988. - С. 58-66.

References

1. Hog E., Arora Ya. Applied optimal design. - Moscow: Mir, 1983.

2. New lines of optimization in civil engineering design / Anderson M. S., Arman Zh. L., Arora Ya. et al. - Moscow: Stroyizdat, 1989.

3. Komarov V.A. Rational load-bearing units of small aspect ratio wings // KuAI transactions. - Kuibyshev, 1968. - Issue 32. - pp. 8-12.

4. Kozlov D. M. Comparison of some results of designing minimal volume trusses // In the collection: Optimal design of aircraft constructions. - Kuibyshev, KuAI, 1973 - pp. 76-85.

5. Komarov A. A. Foundations of load-bearing unit design. Kuibyshev publishing house, 1965.

6. Pustovoy N. V., Rastorguyev G. I. Optimal design of bars and reinforced plates on the basis of strain energy minimization. - Novosibirsk: Publishing house of Novosibirsk State Technical University, 2002.

7. Komarov A. A. Designing constructions

with the most efficient material distribution. // KuAI transactions. - Kuibyshev, 1971. - Issue 54. - pp. 3-8.

8. Rasani R. Behavior of an equistrong construction and its relation to a minimal-weight construction // Rocket engineering and cosmonautics, 1965 - vol. 3, No. 12 - pp. 35-39.

9. Malkov V. P., Markina M. V. Stage-by-stage parametric optimization. - Nizhny Novgorod: Publishing house of Nizhny Novgorod University, 1998.

10. Komarov V.A. Increasing construction rigidity by topological means // Vestnik SGAU (SSAU), No. 1, 2003. - pp. 24-37.

11. Komarov V. A. Proof of theorems about construction of rigidity change // Vestnik SGAU (SSAU), No. 1, 2004. - pp. 49-51.

12. Lipin Ye. K., Frolov V. M., Tchedrik V. V., Shanygin A. N. Algorithm of load-bearing unit optimization in terms of strength conditions with compensation of violated restrictions // Transaction of TSAYI. Vol. 19, No. 1. 1988. - pp. 58-66.

OPTIMIZATION OF MATERIAL DISTRIBUTION IN LOAD-BEARING UNITS FOR SEVERAL CASES OF LOADING

© 2009 A. V. Boldyrev

Samara State Aerospace University

A definition of the most rigid construction for several cases of loading is given and an algorithm of its search is developed. A hybrid method of optimization is proposed which combines the algorithm mentioned and the concept of the full stress level. High accuracy of the hybrid method is demonstrated using numerical examples.

Optimization, construction, stress, energy, strain, rigidity, loading, algorithm.

Информация об авторе

Болдырев Андрей Вячеславович, доцент, кандидат технических наук, доцент кафедры конструкции и проектирования летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет, e-mail: bolav@ssau.ru. Область научных интересов: оптимальное проектирование силовых конструкций.

Boldyrev Andrey Vyatcheslavovitch, associate professor, candidate of technical science, associate professor of the department of aircraft design and construction, Samara State Aerospace University, e-mail: bolav@ssau.ru. Area of research: optimal design of load-bearing units.